

ESTADOS DE GAP-NULO E INVERSIÓN DE BANDAS EN SUPER-REDES

M. de Dios
Rolando Pérez
Dpto. de Física Teórica
Universidad de La Habana

ABSTRACT

The superlattice energy spectrum reconstruction when the periodic potential amplitude V_0 increases is studied through the Kane simplified two band model and the Kronig-Penney square potential model. The appearance of Zero-gap states and the symmetry of the Bloch functions are taken into consideration.

It is shown that when V_0 increases, for a given value of the quasi-impulse transverse component module K_0 , the valence and conduction bands touch and then separate exchanging their symmetry, i.e. the band inversion phenomenon is shown.

RESUMEN

Utilizando el modelo simplificado de dos bandas de Kane y el modelo de potenciales cuadrados de Kronig-Penney se estudia la reconstrucción del espectro energético de super-redes a medida que la amplitud V_0 del potencial periódico aumenta.

Se analiza la aparición de estados de gap directo nulo y las propiedades de simetría de las funciones de Bloch.

Se demuestra que a medida que V_0 aumenta y, para cada valor K_0 del módulo de la componente transversal del cuasi-impulso, las bandas de valencia y conducción se acercan hasta tocarse y después se alejan intercambiando sus simetrías, es decir, se demuestra el fenómeno de inversión de bandas.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha prestado gran atención al estudio de la estructura de banda de super-redes. Entre las características interesantes de la estructura de banda de tales sistemas se encuentran la existencia de minizonas [1-2] y la posibilidad de cambio de topología de la superficie de Fermi [3]. No obstante esto, aún restan algunas otras propiedades interesantes por investigar. Una de ellas se refiere a las características de la estructura de banda de super-redes, creadas en un mismo semiconductor de gap E_g , cuando la amplitud V_0 del potencial periódico es del orden de $\frac{1}{2}E_g$. Super-redes con tales características se pueden obtener por una variación periódica de impurezas donoras y aceptoras [4-5]

o por la aplicación de una onda longitudinal de sonido de gran intensidad a un semiconductor. En el primer caso se necesita un semiconductor que admita un nivel alto de impurezas, que el gap sea relativamente estrecho y que la constante dieléctrica no sea muy grande. Uno de tales semiconductores es el InSb. En el segundo caso solamente se exige que el gap del semiconductor sea suficientemente estrecho y que el material sea bastante puro.

Pocos han sido los trabajos dedicados a analizar la estructura de banda de super-redes para las cuales $V_0 \sim \frac{1}{2}E_g$, la mayoría de los que existen se limitan a una descripción cuasi-clásica cualitativa del problema. [4-6]

En un trabajo reciente [7] se demostró, utilizando el modelo simplificado de dos bandas de Kane y el modelo de potenciales cuadrados de la Fig.1, que cuando V_0 es igual o mayor que un cierto valor $V_c \sim \frac{1}{2}E_g$, al cual se denominó potencial crítico, todos los estados de la super-red son estados de gap-nulo. En los marcos de este modelo aún restan algunas propiedades interesantes por analizar. Especial interés representa estudiar en detalle la reconstrucción del espectro energético a medida que V_0 aumenta y analizar las propiedades de simetría de las funciones de Bloch. Estas cuestiones serán analizadas en el presente trabajo.

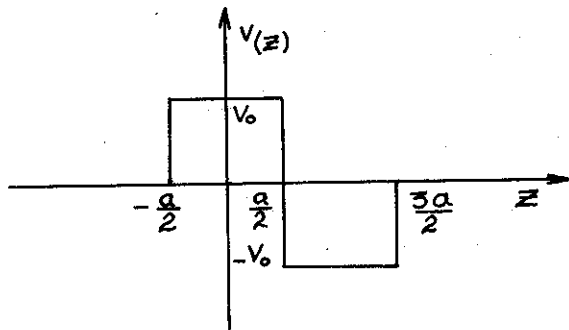


Fig. 1.

ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO

Como el período de la super-red se supone mucho mayor que la constante a_0 de la red del semiconductor simple y E_g es relativamente pequeño (sólo consideraremos semiconductores de gap estrecho), puede satisfacer simultáneamente la condición $V_0 \sim \frac{1}{2} E_g$ y que el potencial periódico de la super-red varíe poco en distancias del orden de a_0 . Esto permite aplicar el método de masa efectiva para obtener información acerca de las propiedades de la estructura de banda de la super-red. El número de bandas del semiconductor simple que es necesario tener en cuenta cuando $V_0 \sim \frac{1}{2} E_g$ depende de la estructura de banda de dicho semiconductor. En el presente trabajo utilizaremos el modelo simplificado de dos bandas de Kane y tomaremos como modelo de potencial periódico el de la Fig. 1. Este modelo es simple y permite un análisis analítico detallado de los estados electrónicos de la super-red.

Tomaremos como operador de la energía cinética del electrón en el modelo simplificado de dos bandas de Kane a [8]:

$$\hat{T} = \begin{array}{c|c} \frac{1}{2} E_g & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{2} E_g \end{array} \begin{array}{c} \hat{P}\hat{K}_- \\ \hat{P}\hat{K}_+ \end{array} \begin{array}{c} i\hat{P}\hat{K}_z \\ -i\hat{P}\hat{K}_z \end{array} \begin{array}{c} \hat{P}\hat{K}_+ \\ \hat{P}\hat{K}_- \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} -\frac{1}{2} E_g \\ -\frac{1}{2} E_g \end{array} \quad (1)$$

donde $\hat{K} = -i \nabla$; $\hat{K}_\pm = \hat{K}_x \pm i \hat{K}_y$; P es un parámetro del orden de 10^{-8} eV-cm. El operador \hat{T} coincide, en forma, con el operador de la energía cinética de la ecuación relativista de Dirac y, sólo se distingue de este último en los valores de los parámetros P y E_g .

De esta forma, la ecuación de masa efectiva toma la forma:

$$\hat{H}_0(\vec{r}) F(\vec{r}) = \left[\hat{T} + V(z) I \right] F(\vec{r}) = E F(\vec{r}) \quad (2)$$

donde $V(z)$ es el potencial periódico de la Fig. 1, I la matriz unidad de 4×4 ; E la energía y $F(\vec{r})$ la función de onda.

Como en (2) el potencial depende sólo de z , las componentes transversales del cuasi-impulso k_x y k_y se conservan. Esto permite proponer como solución de (2) a $F(\vec{r}) = \Phi(z) \exp(i(xk_x + yk_y))$. La función $\Phi(z)$ satisface el sistema de ecuaciones (2) sustituyendo \hat{k}_x por k_x , \hat{k}_y por k_y y $\hat{k}_z = -i \frac{d}{dz}$.

Si ahora se realiza la transformación unitaria $\Phi(z) = U\hat{\Phi}(z)$, donde $U = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \sigma_x \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, y se nota que el operador $\hat{K} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix} k_x + \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_x \end{pmatrix} k_y$ conmuta con $U\hat{H}_0U^\dagger$ (lo cual permite escoger las autofunciones de este último operador y de \hat{K} comunes), el sistema de cuatro ecuaciones diferenciales para $\hat{\Phi}(z)$ se lleva a dos pares de ecuaciones diferenciales idénticos de la forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}E_g + V(z) & PK + iP\hat{k}_z \\ PK - iP\hat{k}_z & -\frac{1}{2}E_g + V(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde $K = \pm \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ son los autovalores de \hat{K} y $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

Aún es posible simplificar el sistema de ecuaciones (3) mediante la transformación unitaria

$$\Psi(z) = \frac{1}{N^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(E_g + E_{eff}) & PK \\ -PK & \frac{1}{2}(E_g + E_{eff}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Por medio de esta transformación la ecuación (3) toma la forma:

$$\hat{H}(z)\Psi(z) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}E_{eff} + V(z) & iP\hat{k}_z \\ -iP\hat{k}_z & -\frac{1}{2}E_{eff} + V(z) \end{bmatrix} \Psi(z) = E\Psi(z) \quad (5)$$

donde $\frac{1}{2}E_{eff} = \sqrt{(\frac{1}{2}E_g)^2 + P^2K^2}$ y $N = \sqrt{\frac{1}{4}(E_g + E_{eff})^2 + P^2K^2}$

La ecuación del movimiento en la forma (5) no sólo es más conveniente para el cálculo, sino también para discutir las propiedades de simetría de las funciones de Bloch. Nótese que matemáticamente no hay diferencia entre los casos $K = 0$ y $K \neq 0$. Además, para cada K , $E_{eff}(K)$ se puede considerar como un gap efectivo.

RELACIÓN DE DISPERSIÓN. FUNCIONES DE BLOCH

Para obtener la relación de dispersión y las funciones de onda, tomaremos el origen de coordenada z en el centro de una de las barreras (ver figura 1). Esto implica inmediatamente que $V(-z) = V(z)$.

La función $\Psi(z)$ debe satisfacer las siguientes condiciones:

(1) continua en todo el espacio y (2) $\Psi(z+2a) = \exp(2iak)\Psi(z)$ siendo k la componente del quasi-impulso según el eje de la super-red.

Como es conocido [9] los estados electrónicos y las bandas de energía se pueden clasificar de acuerdo a las propiedades de simetría de $\hat{H}(z)$. Si en (5) se tiene en cuenta que $V(-z) = V(z)$ es fácil comprobar que $\sigma_z \hat{H}(-z) \sigma_z = \hat{H}(z)$, donde $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Es decir, $\hat{H}(z)$ es invariante ante inversión. Esto implica que si $\Psi(z)$ es autofunción de \hat{H} correspondiente al autovalor E , entonces $\hat{H}\Psi(z) = \sigma_z \Psi(-z)$ es también autofunción correspondiente al mismo autovalor. Nótese

que $\hat{H}(-z) \neq \hat{H}(z)$. Todo esto significa que los estados de Bloch con cuasi-impulso en el centro y en los límites de la zona de Brillouin de la super-red, se pueden clasificar en pares o impares.

Para resolver (5) utilizaremos el método matricial [10], el cual fue utilizado por Babakhanyan y Kononets [11], para estudiar la estructura de banda y las propiedades de simetría de las funciones de Bloch en el modelo de canalización planar con potencial de Kronig-Penney y ley de dispersión parabólica.

Si $\Psi(0) = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$, la solución general de (5) para $|z| \leq a/2$ se puede escribir de la forma

$$\Psi(z) = A\Psi_+(z) + B\Psi_-(z) = M_1(z)\Psi(0) \quad (6)$$

$$\text{donde } \Psi_+(z) = \begin{bmatrix} \cos k_1 z \\ i\gamma_1 \text{Sen} k_1 z \end{bmatrix}, \Psi_-(z) = \begin{bmatrix} i\text{Sen} k_1 z \\ \cos k_1 z \end{bmatrix}, M_1(z) = \begin{bmatrix} \cos k_1 z & \frac{i}{\gamma_1} \text{Sen} k_1 z \\ i\gamma_1 \text{Sen} k_1 z & \cos k_1 z \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\gamma_1 = \frac{P(K)(E - V - 1)}{iak_1}; \quad ak_1 = P(K)\sqrt{(E - V - 1)(E - V + 1)}; \quad P(K) = \frac{aE_{\text{eff}}}{2P_0}$$

$$E = E/\frac{1}{2}E_{\text{eff}}; \quad V = V_0/\frac{1}{2}E_{\text{eff}}$$

Nótese que $\Psi_{\pm}(z)$ son las soluciones pares e impares de (5) para $|z| \leq a/2$.

La solución para $\frac{a}{2} \leq z \leq \frac{3a}{2}$ se puede escribir de la siguiente forma

$$\Psi(z) = M_2(z - \frac{a}{2}) \Psi(\frac{a}{2}) \quad (8)$$

donde $M_2(z - \frac{a}{2})$ se obtiene de $M_1(z)$, sustituyendo k_1 por $k_2 = P(K)\sqrt{(E + V + 1)(E + V - 1)}/a$, γ_1 por $\gamma_2 = P(K)(E + V - 1)/iak_2$ y z por $z - \frac{a}{2}$. (9)

Las relaciones (6) y (8) son prácticamente idénticas a las correspondientes de Smith [10]. Sólo se diferencian en la forma en que entran los parámetros del problema en esas relaciones. Esto permite escribir inmediatamente la relación de dispersión y la relación entre las constantes A y B. La primera se puede representar de las siguientes formas

$$\text{sen}^2 ak = -q(\epsilon) \tau(\epsilon) \quad (10)$$

$$\text{cos}^2 ak = p(\epsilon) S(\epsilon) \quad (11)$$

donde

$$p(\epsilon) = \cos \frac{ak_1}{2} \cos \frac{ak_2}{2} - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{\text{Sen} \frac{ak_1}{2}}{2} \frac{\text{Sen} \frac{ak_2}{2}}{2}$$

$$S(\epsilon) = \cos \frac{ak_1}{2} \cos \frac{ak_2}{2} - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \frac{\text{Sen} \frac{ak_1}{2}}{2} \frac{\text{Sen} \frac{ak_2}{2}}{2} \quad (12)$$

$$\tau(\epsilon) = i\gamma_1 \frac{\text{Sen} \frac{ak_1}{2}}{2} \cos \frac{ak_2}{2} + i\gamma_2 \cos \frac{ak_1}{2} \frac{\text{Sen} \frac{ak_2}{2}}{2}$$

$$q(\epsilon) = \frac{i}{\gamma_1} \frac{\text{Sen} \frac{ak_1}{2}}{2} \cos \frac{ak_2}{2} + \frac{i}{\gamma_2} \cos \frac{ak_1}{2} \frac{\text{Sen} \frac{ak_2}{2}}{2}$$

Las funciones de onda se pueden escribir de las dos si

guientes formas:

$$\Psi(z) = \begin{cases} A \left[\Psi_+(z) + \frac{i \text{Sen} zak}{2S q} \Psi_-(z) \right] & \text{para } |z| \leq \frac{a}{2} \\ A \left[p \left(1 + \frac{i \text{Sen} zak}{2S p} \right) \bar{\Psi}_+(z) + \tau \left(1 + \frac{\text{Sen} zak}{2T q} \right) \bar{\Psi}_-(z) \right] & \frac{a}{2} \leq z \leq \frac{3a}{2} \end{cases} \quad (13)$$

$$\psi(z) = \begin{cases} B \left[\frac{i \text{Senzak}}{2\tau p} \psi_+(z) + \psi_-(z) \right] & \text{para } |z| \leq \frac{a}{2} \\ B \left[q \left(1 + \frac{i \text{Senzak}}{2\tau q} \right) \bar{\psi}_+(z) + S \left(1 + \frac{i \text{Senzak}}{2S p} \right) \bar{\psi}_-(z) \right] & \text{para } \frac{a}{2} \leq z \leq \frac{3a}{2} \end{cases} \quad (14)$$

donde $\bar{\psi}_\pm(z)$ se obtiene de $\psi_\pm(z)$ sustituyendo k_1 por k_2 , γ_1 por γ_2 y z por $(z - a)$. A y B son constantes de normalización. Como fue señalado por Babakhanyan y Kononets [11], la forma (13) es útil cuando se analiza el caso $\tau=0$ y la forma (14) para el caso $q=0$.

Las ecuaciones (13) y (14) determinan las funciones de onda en una celda simple elemental del lattice directo. Las funciones de onda en otras celdas elementales se determinan por la condición de Bloch.

$$\psi(x+2na) = \exp(i2nak) \psi(x) \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (15)$$

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como se observa en (10), (11), (13) y (14) las funciones p , q , r y S entran explícitamente en las expresiones para las funciones de onda y la relación de dispersión. Este hecho permitirá vincular las propiedades de simetría de las funciones de Bloch con la relación de dispersión.

De (7) y (9) sigue inmediatamente que $k_1(-\epsilon) = k_2(\epsilon)$ y que $\gamma_1(-\epsilon) = 1/\gamma_2(\epsilon)$. Esto implica que

$$p(-\epsilon) = p(\epsilon); S(-\epsilon) = S(\epsilon); r(-\epsilon) = q(\epsilon) \quad (16)$$

Utilizando estas relaciones y (10) u (11) se deduce que el espectro energético posee simetría especular, es decir, invariante ante el cambio de ϵ por $-\epsilon$. Esto implica que la banda de valencia ($\epsilon \leq 0$) y de conducción ($\epsilon \geq 0$) sólo pueden tocarse para $\epsilon = 0$. Esta situación corresponde a estados de gap-directo-nulo.

La existencia de tales estados fue establecida recientemente en [7]. Si se hace $\epsilon=0$ en (10) u (11) se obtiene que dichos estados sólo pueden ocurrir para $k=0$ y para los siguientes valores de V_0 :

$$V_n(k) = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_{eff}}{2} \right)^2 + p^2 \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2} \quad n=1, 2, \dots \quad (17)$$

Matemáticamente la expresión (17) da, para cada K , una secuencia infinita de valores de V_0 para los cuales las bandas de valencia y conducción se tocan en el punto $(k, K) = (0, K)$. Pero como consideramos que V_0 sólo puede alcanzar valores máximos del orden de $\frac{1}{2} \epsilon_g$, limitaremos el análisis al caso $n=1$. De (17) se observa que $V_1(k)$ es una función continua y creciente de K , cuyo valor mínimo V_c se

alcanza para $K = 0$. Por tanto, para $V_0 \geq V_c$ todos los estados de la super-red son estados de gap-directo-nulo.

Analicemos ahora como se reconstruye el espectro a medida que V_0 aumenta. En el plano $K = K_0$ el esquema de bandas para $V_0 = 0$ se ilustra en la Fig. 2 (a). Estos gráficos no están hechos a escala. Como es conocido (ver, por ejemplo, [9]), la función $E = E(k, k_0)$ alcanza sus valores extremos en el centro y en los bordes de la zona de Brillouin. De (10) sigue que en el centro de la zona estos valores son los ceros de $r(\epsilon)$ y $q(\epsilon)$ y en los bordes de la zona los ceros de $p(\epsilon)$ y $s(\epsilon)$. Nótese que según (16) los ceros de $q(\epsilon)$ se obtienen de los de $r(\epsilon)$ y viceversa.

Los ceros de $r(\epsilon)$ para $\mathcal{V} = 0$ son

$$\epsilon_0^{(+)} = 1; \quad \epsilon_n^{(\pm)} = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{n\pi}{p(k)}\right)^2} = \pm \epsilon_n^0 \quad n=1, 2, \dots \quad (18)$$

Estas raíces con signo menos son las raíces de $q(\epsilon)$. Nótese que $\epsilon_n^{(\pm)}$ para $n \neq 0$ son raíces comunes a r y q . Esto está determinado por el hecho que el espectro energético, para esos valores de la energía, es degenerado. Esta de generación no ocurre para la primera banda de conducción, $\epsilon_0^{(+)} = 1$, ni para la correspondiente de valencia, $\epsilon_1^{(-)} = -1$. En lo adelante, cuando hablemos de bandas de valencia y de conducción nos referiremos a estas últimas bandas.

De (12) sigue que las raíces de $r(\epsilon)$ para valores de

ϵ en las proximidades de los valores (18) y para $\mathcal{V} \ll 1$

$$\bar{\epsilon}_n^{(\pm)} \approx \pm \epsilon_n^0 \mp \frac{(-1)^n \mathcal{V}^2}{(\epsilon_n^0 \mp 1)} \quad n=1, 2, \dots$$

$$\bar{\epsilon}_0^{(+)} \approx 1 - \frac{1}{6} \rho(k_0) \mathcal{V}^2 \quad (19)$$

Como $\epsilon_n^0 > 1$ de (19) se deduce lo siguiente: (1) para n impar las raíces positivas se desplazan hacia arriba y las negativas hacia abajo; (2) para n par ocurre lo contrario; (3) el fondo de la banda de conducción se desplaza hacia abajo y el tope de la banda de valencia hacia arriba: el gap disminuye.

Las raíces positivas de $r(\epsilon)$ y $q(\epsilon)$ son respectivamente $\bar{\epsilon}_n^{(+)}$ y $-\bar{\epsilon}_n^{(-)}$, las cuales coinciden para $\mathcal{V} = 0$ si $n \neq 0$. Para $\mathcal{V} \ll 1$ ambas se desplazan en el mismo sentido, pero el desplazamiento de $\bar{\epsilon}_n^{(+)}$ es mayor que el de $-\bar{\epsilon}_n^{(-)}$. Si se señalan por Γ_n^+ y Γ_n^- los puntos que corresponden a las raíces de r y q respectivamente, se obtiene la representación gráfica de la Fig. 2 (b).

Así, a medida que V_0 aumenta la tendencia de las bandas de valencia y conducción es acercarse y se tocan por primera vez en el centro de la zona, para $V_0 = V_c$. Si V_0 continua aumentando, dichas bandas se separan en el centro de la zona, pero se continuarán tocando sobre una circunferencia cuyo radio crece con V_0 y l_0 determina la relación (17).

De (12) también sigue que los ceros de r y q para $E \approx 0$ y $\mathcal{V} \approx \mathcal{V}_c(k_0)$ son respectivamente

$$\bar{E}_0^{(+)} \approx (\mathcal{V}_c(k_0) - \mathcal{V}) / \mathcal{V}_c(k_0); \quad -\bar{E}_0^{(+)} \approx (\mathcal{V} - \mathcal{V}_c(k_0)) / \mathcal{V}_c(k_0) \quad (20)$$

donde $\mathcal{V}_c(k_0) = V_1(k_0) / \frac{1}{2} \epsilon_{eff}$. Así, las bandas de valencia y conducción intercambian las características de sus ceros

$$\begin{array}{c} \boxed{0}^+ \longrightarrow \boxed{0}^- \\ \longleftarrow \end{array} \text{ cuando } (\mathcal{V}_c(k_0) - \mathcal{V}) \text{ cambia de signo.}$$

Más adelante, de (11) sigue que cuando $k = 0$, $p(\epsilon)$ y $S(\epsilon)$ son diferentes de cero. Solamente $r(\epsilon)$ o $q(\epsilon)$ se

anulan. En general, los ceros de estas últimas funciones son diferentes; algunos de ellos coinciden solamente cuando hay degeneración. Por ejemplo, para $\mathcal{V} = 0$ y $\mathcal{V} = \mathcal{V}_c(k_0)$. De (13) y (14) se observa (en el caso no degenerado) que para $k = 0$ si $r = 0$ y $q \neq 0$ la función de onda es par. Para $q = 0$ y $r \neq 0$ la función de onda es impar. Así, los estados \boxed{n}^+ y \boxed{n}^- corresponden a estados pares e impares respectivamente.

El resultado (20) implica que las bandas de valencia y conducción intercambian sus simetrías cuando $(\mathcal{V}_c - \mathcal{V})$ cambia de signo, es decir, ocurre el fenómeno de inversión de bandas.

Resultados análogos se obtienen para los bordes de la zona. Si representamos por H_n^+ y H_n^- los estados pares e impares respectivamente para $k = \pm \pi/2a$, entonces se obtiene el esquema de la Fig. 2 (b). Este gráfico correspon-

de al caso $\mathcal{V} < \mathcal{V}_c$. Estados de gap-nulo también pueden aparecer por contacto entre otras bandas [12], pero los mismos aparecen para valores de \mathcal{V} relativamente mayores que \mathcal{V}_c y no serán considerados aquí. Bajo esta suposición, el esquema de banda para $\mathcal{V} > \mathcal{V}_c$ se diferencia del caso $\mathcal{V} < \mathcal{V}_c$ en que las bandas de valencia y conducción intercambian sus simetrías. Los resultados anteriores son válidos en cada plano $K = \text{const.}$

CONCLUSIONES

En los marcos del modelo simple utilizado se demuestra la existencia de un rango continuo de V_0 , para el cual todos los estados de la super-red son estados de gap-directo-nulo. También se demuestra el fenómeno de inversión de bandas. Para la observación de estos fenómenos son necesarias temperaturas relativamente bajas.

De (17) se observa que $V_c > \frac{1}{2} \epsilon g$. Esto significa, desde un punto de vista cuasiclásico, que el máximo del borde de la banda de valencia es mayor que el mínimo del borde de la banda de conducción. Esto permite transferencia de electrones de la banda de valencia a la de conducción y, por tanto, aparecerá un potencial de apantallamiento. Este potencial no debe destruir la periodicidad del potencial no apantallado. Por ésto, por V_0 entenderemos la amplitud del potencial efectivo.

Estados de gap-nulo son posibles de estudiar en super-redes creadas con dos semiconductores diferentes (heteroestructuras). En este caso también es necesario que el máximo del borde de la banda de valencia sea mayor que el mínimo del borde de la banda de conducción. Esto, al parecer, ocurre en super-redes InAs-GaSb [13].

Para tener una medida del valor que V_c puede tomar escogamos, por ejemplo, $a = \pi \times 10^{-6} \text{ cm}$; $P = 10^{-8} \text{ eV cm}$; $\frac{1}{2} \epsilon_g = 10^{-2} \text{ eV}$. Entonces (17) da $V_c = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ eV} \approx \frac{1}{2} \epsilon_g$.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] L. W. Keldysh, *Fiz. Tverdogo Tela*, 6, 2265 (1962).
- [2] L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.*, 14, 61 (1970).
- [3] N. B. Brandt, E. R. Ioon, S. M. Chudinov y H.D. Yakovlev, *Pisma v Zh. Eksperim Theoret Fiz.*, 15, 204 (1972).
- [4] G. H. Döhler, *J. Vac. Sci Technol.*, 16, 851 (1979).
- [5] G. H. Döhler, and K. Ploog, *Prog. Crystal Growth Character.*, 2, 145 (1979).
- [6] Yu A. Romanov, *Fiz Tex. Poluprovodn*, 5, 1434 (1971).
- [7] Melquiades de Dios L, Rolando Pérez A. y J.L. Gondar, *Rev. Cubana de Física*, 1, 107 (1981).
- [8] A. G. Aronov y G. E. Pikus, *Zh. Eksperim. Theoret. Fiz.* 51, 281 (1966).

- [9] H. Jones, *The Theory of Brillouin Zones and Electronic states in Crystals*. North-Holland Publishing Co-Amsterdam, Second Printing, 1962.
- [10] R.A. Smith, *Wave Mechanics of Crystalline Solids*, London: Chapman and Hall, 1961.
- [11] E. A. Babakhanyan and Yu. V. Kononets, *Phys. Stat. Sol (b)*, 98, 95 (1980).
- [12] Shi-Tron Lin and Jan Smith, *Am. J. Phys*, 48, 193 (1980)
- [13] G.A. Sai-Halasz and L. Esaki, *Phys Rev. B*, 18, 2812 (1978).

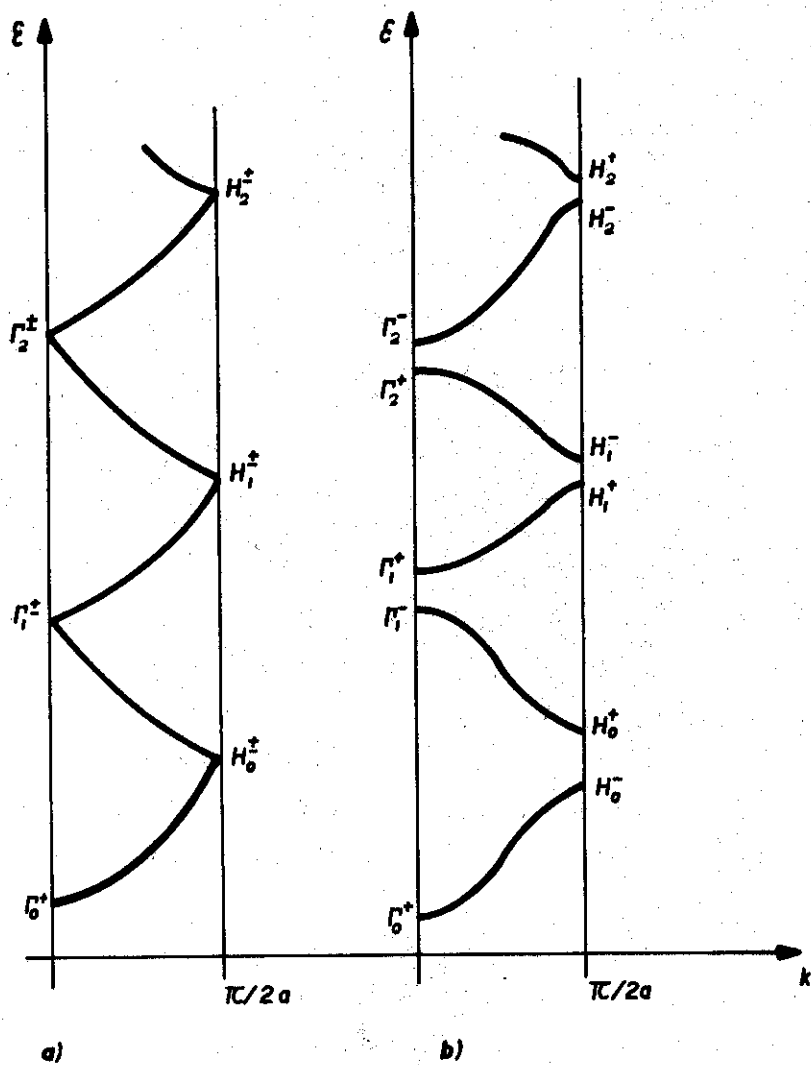


FIG. 2