

LA MATRIZ S Y EL ANÁLISIS DE LAS SECCIONES DE DISPERSIÓN EN LA APROXIMACIÓN DWBA.

J. R. FERNÁNDEZ DÍAZ

Comisión de Energía Atómica de Cuba.

RESUMEN

En el presente trabajo se obtienen en los marcos de la aproximación de las ondas distorsionadas (DWBA) expresiones para la matriz S en la primera y segunda aproximación de la teoría de las perturbaciones. En la primera aproximación se analiza en el límite cuasiclásico el caso

de excitación cuadrupolar de Coulomb. Utilizando el formalismo de la función de Green se estudian las características principales de las fórmulas obtenidas.

Se ofrecen los resultados de los cálculos de la sección inelástica de los neutrones en el núcleo ^{56}Fe y de la elástica y total en el ^{60}Ni . Se muestra que en ambos casos la comparación con los datos experimentales es satisfactoria.

ABSTRACT

In the present work in the frame of the DWBA approximation, expressions for the S matrix in the first- and second-order, perturbation theory have been obtained. In the first-order perturbation theory the quadrupole Coulomb excitation case is analyzed in the quasiclassic limit.

Using Green's function formalism, the principal characteristics of the obtained formulas are studied. Result of the inelastic cross-section calculations in the nucleus ^{56}Fe and of the elastic and total cross-section calculations in ^{60}Ni case are given. In both cases the calculations satisfactorily agree with the experimental data.

INTRODUCCIÓN

Comunmente los cálculos que se realizan por el método de los canales enlazados (CCBA) exigen gran cantidad de memoria y tiempo de la computadora, incluso cuando se consideran pocos canales. Sin embargo, en muchas situaciones sobre todo cuando los canales elásticos e inelásticos están débilmente enlazados se utilizan métodos de aproximación tipo DWBA más simples. Se ha demostrado ¹⁾ que el método de las ondas distorsionadas (DWBA) es suficiente para la mitad o dos terceras partes de los valores del spin total J. Además es conocido que el potencial nuclear actúa solamente sobre algunos valores inferiores de J en dicha región. Para valores mayores del spin total de métodos numéricos de integración pueden ser reemplazados por otros analíticos ^{2,3)}.

Lo expresado anteriormente tiene aún mayor relevancia cuando se trata de los cálculos relacionados con las colisiones de iones pesados. En este caso el método de los canales enlazados considera muchas ondas parciales, así como gran cantidad de integración numérica. Sin embargo, métodos aproximados ⁴⁾ permiten conocer desde qué valor del spin total los resultados del DWBA pueden reemplazar los del CCBA.

Otras de las ventajas de la aproximación DWBA es que

se pueden introducir de una forma más sencilla la utilización de las correcciones de Coulomb que también son necesarias en las colisiones con protones y deuterones.

En el presente trabajo, en los marcos de la aproximación DWBA, se obtienen en la Sección 2, expresiones para la matriz S' en la primera y segunda aproximación de la teoría de las perturbaciones. En la primera aproximación se analiza en el límite cuasiclásico, el caso de excitación cuadrupolar de Coulomb. A continuación, en la Sección III, utilizando el formalismo de la función de Green se analizan las características principales de las fórmulas obtenidas y se ofrecen ejemplos concretos de la dependencia energética de las secciones de dispersión inelástica de los neutrones en el núcleo ^{56}Fe . Finalmente se calculan por el método descrito en el presente trabajo las secciones de dispersión total y elástica de los neutrones en el ^{60}Ni . Se muestra que en ambos casos la comparación con los datos experimentales es satisfactoria.

FORMALISMO TEÓRICO

La probabilidad de transición en el espectro continuo desde el estado inicial al estado situado en el intervalo comprendido entre V_f y $V_f + dV_f$ tendrá la forma ⁵⁾
 $(\hbar = c = 1)$

$$dW_{if} = 2\pi \left| V_{fi} + \int \frac{V_{fv} V_{vi}}{E_1 - E_v + i0} dv \right|_{\delta(E_1 - E_v)}^2 dv_f \quad (1)$$

donde V_{fi} es el elemento matricial de la interacción entre los dos estados inicial y final.

Es conveniente señalar que los estados v para los cuales V_{fv} y V_{vi} son diferentes de cero son conocidos como intermedios para el tránsito $i \rightarrow f$.

Si consideramos que $dV_f = d^3 p' / (2\pi)^3$, $E_f - E_i = (p'^2 - p^2) / 2m$ donde p, p' son los impulsos iniciales y finales, entonces de (1) obtendremos

$$dW = \frac{m}{2\pi} \left| V_{fp'} + \frac{V_{fp'} V_{p'i}}{E_p - E_{n''} + i0} \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \right|^2 \times \delta(p'^2 - p^2) \frac{1}{2} p' d(p'^2) d\Omega \quad (2)$$

Representando las funciones propias $|p'\rangle, |p\rangle$ en la forma:

$$|p'\rangle = 1 \quad n \rangle \psi_k^{(-)}(r)$$

$$|p\rangle = 10 - \psi_k^{(+)}(\mathcal{L})$$

donde $|n\rangle$ - estado final $|0\rangle$ - estado inicial y

$\psi_k^{(\pm)}$ son las funciones de onda del espectro continuo de la expresión (2)

obtendremos la expresión para la sección dispersión diferencial en la forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{\pi^2} \frac{p'}{p} \left| \frac{\langle n \psi_k^{(-)} | V | \psi_k^{(+)} \rangle \langle 0 \rangle}{2} + m \int \frac{\langle n \psi_k^{(-)} | V | \psi_{k''}^{(n)} \rangle \langle n'' \psi_{k''}^{(n)} | V | \psi_k^{(+)} \rangle \langle 0 \rangle d^3 k''}{k^2 + k''^2 + i0} \right|^2 \quad (3)$$

En consecuencia, la expresión para la amplitud de la dispersión tendrá la forma siguiente:

$$f^{(1)}(kk') = -\frac{m}{2\pi} \langle n \psi_{k'}^{(-)} | V | \psi_k^{(+)} \rangle \langle 0 \rangle \quad (4)$$

$$f^2(kk') = -\frac{m^2}{\pi} \int \frac{\langle n \psi_{k'}^{(-)} | V | \psi_{k''}^{(n)} \rangle \langle n'' \psi_{k''}^{(n)} | V | \psi_k^{(+)} \rangle \langle 0 \rangle d^3 k''}{k^2 + k''^2 + i0} \quad (5)$$

donde la integral en $f^2(kk')$ hay que entenderla en el sentido de que se tome el valor principal de la misma.

a. Primer Orden de la Teoría de las Perturbaciones

Como es conocido en el caso de la dispersión de los nucleones en el núcleo la función fenomenológica de interacción del potencial óptico $V(\vec{r}, \alpha_{\lambda\mu})$ (donde $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$) son las coordenadas de las partículas y $\alpha_{\lambda\mu}$ las variables colectivas del núcleo) que contienen las interacciones central, spin-orbital y de Coulomb, puede ser representado de la siguiente forma:

$$V^{opt}(r, \theta, \phi) = V^{diag} + V^{coup} + V^C$$

$$V^{coup} = V^I^{coup} + V^{II^{coup}} = \sum_{\lambda\mu} V^{(1)}_{\lambda} \left(\frac{4\pi}{2\lambda+1} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) g_{\lambda\mu} + \sum_{\lambda\mu} V^{(2)}_{\lambda} \left(\frac{4\pi}{2L+1} \right) Y_{LM}(\hat{r}) \times g_{\lambda\lambda LM} C_{\lambda_0\lambda_0}^{LO} \quad (6)$$

y el potencial de Coulomb

$$V^C(\vec{r}, \alpha_{\lambda\mu}) = V_0^C(r) + \sum_{\lambda\mu} V_{\lambda}^C(r) \left(\frac{4\pi}{2\lambda+1} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) g_{\lambda\mu}$$

$$V_0^C(\lambda) = 2n \left\{ \begin{array}{l} R_c^{-1} \frac{1}{2} \left(3 - \frac{\lambda^2}{R_c^2} \right) \quad \lambda < R_c \\ \frac{1}{\lambda^2} \left(3 - \frac{\lambda^2}{R_c^2} \right) \quad \lambda > R_c \end{array} \right.$$

Case:

$$V_\lambda^C(\lambda) = \frac{6n}{2\lambda+1} \left\{ \begin{array}{l} R_c^{-1} \left(\frac{\lambda}{R_c} \right)^\lambda \quad \lambda < R_c \\ \lambda^{-2} \left(\frac{R_c}{\lambda} \right)^\lambda \quad \lambda > R_c \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \beta_\lambda^{\text{vib}} - \text{núcleos esféricos} \\ \beta_\lambda^{\text{rot}} - \text{núcleos deforma-} \\ \text{dos} \end{array} \right. \quad (6')$$

donde $V_{\text{diag}} = V_0(r)$, $V_0^C(r)$ son el potencial central y central de Coulomb, $V_\lambda^{(1)}$, $V_\lambda^{(2)}$ son los potenciales deformados $V_0(\lambda)$, $V_\lambda^{(1)}$, $V_\lambda^{(2)}$ varían de acuerdo con las características de las partículas y de los núcleos que interactúan. Los mismos se pueden encontrar en numerosos trabajos 7,8) y aquí no se relacionan explícitamente por carecer de relevancia a los efectos de nuestro análisis.

Aquí R_c - Radio de acción del potencial de Coulomb; η el parámetro de Coulomb²⁾, $\beta_\lambda^{\text{vib}}$ β^{rot} son los parámetros de deformación para los núcleos vibratoriales y rotacionales respectivamente. En lo adelante para simplificar los índices superiores de los mismos se van a omitir. $C_{\lambda_0 \lambda_0}^{L_0}$ - el coeficiente de Clebch-Gordon. El

argumento \hat{r} en $Y_{\lambda\mu}(\hat{r})$ significa la parte angular del vector \vec{r} .

Las coordenadas $g_{\lambda\mu}$ y $g_{\lambda\mu\mu}$ toman los valores:

$$g_{\lambda\mu} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (C_{\lambda\mu}^* + C_{\lambda\mu}) \\ \left(\frac{4}{2\lambda+1} \right)^{\frac{1}{2}} Y_{\lambda\mu}(\theta_i) \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} - \text{núcleos esféricos} \\ - \text{núcleos deformados} \end{array} \right.$$

$$g_{\lambda\lambda\mu} = \sum_{\mu\mu} C_{\mu\mu}^{LM} \left\{ \begin{array}{l} \frac{i-2\lambda}{4\pi} (C_{\lambda\mu}^* + C_{\lambda\mu}) (C_{\lambda\mu}^* + C_{\lambda\mu}) \\ \frac{4\pi}{(2\lambda+1)} Y_{\lambda\mu}(\theta_i) Y_{\lambda\mu}(\theta_i) \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} - \text{núcleos} \\ \text{esféricos} \\ - \text{núcleos} \\ \text{deformados} \end{array} \right.$$

Es conveniente señalar que el potencial (6) se debe interpretar en la siguiente forma: V_{diag} es el potencial esférico que describe los procesos elásticos. El segundo miembro V_{coup}^I puede excitar los estados del tipo un fonon. La doble acción de este miembro, nos proporciona el mecanismo de excitación escalonado ("multistep"). El término V_{coup}^{II} se emplea en la excitación directa de

los estados con dos fonones ha comprobado que para lograr buena concordancia con los datos experimentales en el caso de las dispersiones con excitación de los niveles tipos 2 fonones, hay que considerar a ambos mecanismos simultáneamente, o sea, los miembros V_{coup}^I y V_{coup}^{II} en (6).

Seguidamente si consideramos en los marcos del primer orden de la teoría de las perturbaciones una transición nuclear del tipo $IM-I'M'$, donde $IM, I'M'$ - spin y momentos nuclear iniciales y finales respectivamente (para simplificar el spin de la partícula se toma igual a cero) utilizando las expresiones (4) y (6) obtendremos para la amplitud de dispersión la siguiente expresión:

$$f_{IMIM}(\Omega) = -\frac{m}{2\pi} \langle I'M' \Psi_k^{(-)} | V_{\text{coup}}^I | \Psi_k^{(+)} \rangle_{IM} \quad (7)$$

$$m = -\frac{m}{2\pi} \sum_{\lambda\mu} \left(\frac{4\pi}{2\lambda+1} \right)^{\frac{1}{2}} \langle \Psi_k^{(-)} | V_{\lambda}^{(+)}(r) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{r}) | \Psi_k^{(+)} \rangle_{IM} \approx I'M' g_{\lambda\mu} IM$$

Utilizando el teorema de Wigner - Eckart ¹¹⁾ y descomponiendo por las ondas parciales en (7) obtenemos:

$$f_{I'M'IM}(\Omega) = -2m\sqrt{4\pi} \sum (-1)^{I-M'} \langle I'M' | (a + a^\dagger) | I' \rangle | g_{\lambda} | | I \rangle$$

$$f_{I'M'IM}(\Omega) = M_{I'M'}^{(\lambda)} Y_{\lambda m'}(\Omega) \begin{pmatrix} I' & \lambda & I \\ m_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I' & \lambda & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ donde } I' = \sqrt{2I+1} \quad (8)$$

$$M_{I'M'}^{(\lambda)} = \frac{1}{4kk} \int_0^\infty \Psi_{E\ell}^{\text{opt}}(r) V_{\lambda}^{(+)}(r) \Psi_{E\ell}^{\text{opt}}(r) dr \quad (9)$$

donde $\sigma_{\ell}, \sigma_{\ell}$ son las fases de Coulomb $\begin{pmatrix} \ell' & \lambda & \ell \\ m_{\mu} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell' & \lambda & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ son los 3j símbolos de Wigner $\Psi_{E\ell}^{\text{opt}}$ es la resolución de la ecuación de Schrödinger en un potencial óptico con las siguientes condiciones límite:

$$\begin{aligned} \Psi_{E\ell}^{\text{opt}}(r) &= \text{const. } J_{\ell}(Kr) & r \rightarrow 0 \\ \Psi_E(r) &= \sin(Kr + \delta_0 - \ell\pi) & E > 0 \\ \Psi_E(r) &= e^{iKr} & E < 0 \end{aligned}$$

donde $K = \sqrt{2mE}$ y $K = \sqrt{2m(E-V_0)}$ son los números vectoriales fuera y dentro del núcleo respectivamente.

Es conveniente señalar que en el caso de partículas cargadas cuando el potencial nuclear no actúa, las soluciones ópticas de las ecuaciones son las funciones regulares de Coulomb. En este caso conocido como "excitación de Coulomb" existen métodos analíticos y soluciones numéricas para los elementos matriciales $M_{\ell\ell}^{\lambda}$ (2, 12). El caso concreto de excitación cuadrupolar en la aproximación cuasiclásica se analizará más adelante.

Por otra parte como es conocido la amplitud de dispersión en los marcos de la teoría de las colisiones se expresa a través de la matriz S de la siguiente forma

$$f_{IM'IM}^{JM}(\eta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell, \ell', m'} \sqrt{4\pi(2\ell+1)} |i^{\ell-\ell'} e^{i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})} S_{\ell\ell'}^{JM} I' I I^{-\delta} \ell \ell' I I^{-\delta} |$$

$C_{\ell 0 IM}^{JM} \quad C_{\ell' m' IM}^{JM} \quad Y_{\ell' m'}(\Omega)$

donde $K = K_I$ es el número vectorial de partículas incidentes. Comparando (10) y (8) y considerando que la dirección de K es paralela al eje Z $(\frac{K'}{K} = \Omega)$ obtenemos para la matriz S la siguiente expresión:

$$S_{\ell\ell'}^{JM} = ik4m \sum_{\lambda} (-1)^{J+\lambda+I} \begin{Bmatrix} I & J & \lambda \\ \ell' & \lambda & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell & \lambda & \ell' \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \hat{\ell}' \hat{\ell} < I | g_{\lambda} | I > M_{\ell\ell'}^{(\lambda)} \quad (11)$$

donde $\left\{ \begin{matrix} I & J & \lambda \\ \ell' & \lambda & I \end{matrix} \right\}$ es el símbolo 6j

A partir de aquí para un núcleo par $I = 0$ obtenemos:

$$S_{\ell\ell'}^{J0} = -ik4m (-1)^{\ell} \frac{\hat{\ell}'}{\hat{\ell}} \begin{Bmatrix} \ell & \lambda & \ell' \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} < I' | g_{\lambda} | I > M_{\ell\ell'}^{\lambda} \quad (12)$$

Las expresiones (11) y (12) permiten hallar la matriz S, sin resolver el sistema de ecuaciones de los canales enlazados.

Analicemos con más detenimiento el caso de excitación de Coulomb. Para esto es necesario considerar de la expresión (12) los valores $K 4m M_{\ell\ell'}^{\lambda}$

Si tomamos el potencial de Coulomb V^c de (6') y sustituimos el mismo en la expresión (9). Considerando además los valores explícitos de η y E obtendremos que:

$$K 4m M_{\ell\ell'}^{\lambda} = \frac{12\eta\beta\lambda}{2\lambda+1} k^2 R_c^{\lambda} M_{\ell\ell'}^{-\lambda-1} \quad (13)$$

donde

$$M_{\ell\ell'}^{-\lambda-1} = \frac{1}{kk'} \int_0^{\infty} F_{\ell}(k'r) r^{-\lambda-1} F_{\ell'}(k'r) dr \quad (14)$$

aquí $F_{\ell}(k'r)$ - es la función regular de Coulomb.

Como es conocido¹²⁾ en las colisiones entre iones pesados (más pesados que el oxígeno) η es mayor que 20. En caso de utilización de partículas $\alpha, \eta \sim 10$ y cuando inciden protones $\eta \sim 3$. Por otra parte para el caso cuando $\eta \gg 1$ ó $\ell \gg 1$ es aplicable la aproximación cuasi-clásica²⁾.

Cuando se cumplen las condiciones anteriormente señaladas, los elementos matriciales pueden ser obtenidos a través de los integrales orbitales clásicos $I_{\lambda\mu}(\theta, \xi)$ cuyos valores aparecen tabulados en^{2,12)} de la forma:

$$M_{\ell\ell'}^{-\lambda-1} = \frac{k_a^{\lambda-2}}{4\eta a^{\lambda}} I_{\lambda\mu}(\theta, \xi) \quad (15)$$

Esta fórmula permite obtener valores exactos para los elementos matriciales aún para valores relativamente pequeños de η y ℓ . Utilizando la expresión (15) para el caso de excitación cuadrupolar $\lambda = 2$ obtenemos de (13) que

$$k_4 m M_{\ell\ell'}^{\lambda} = 0.6 \times \beta_2 (R_a R_c) \frac{\eta}{\eta_a} I_{2\mu}(\theta, \xi) \quad (16)$$

donde como se define en el trabajo²⁾

$$\eta_a = \frac{\eta + \eta'}{2} \quad k_a = \frac{k + k'}{2} \quad \xi = \eta' - \eta \quad \mu = \ell' - \ell$$

Como se puede observar de (16) utilizando la expresión (12) y (16) para el caso donde es aplicable la aproximación cuasi-clásica es posible hallar la matriz S' en el primer orden de la teoría de las perturbaciones de una forma directa y relativamente sencilla.

b. Segundo Orden de la Teoría de las Perturbaciones

Consideramos inicialmente el miembro que corresponde de la transición directa. Para ello sustituyendo el segundo miembro de (6) en (4) obtenemos:

$$\langle I'M | IM \rangle = \frac{m}{2\pi\lambda LM} \left(\frac{4\pi}{2L+1} \right)^{\frac{1}{2}} C_{\lambda 0 \lambda 0}^{L 0} \langle \Psi_R^{(-)} | V_{\lambda}^{(2)} | \Psi_L^{(+)} \rangle \quad (17)$$

La expresión (17) por su estructura es análoga a la (7), por lo tanto, repitiendo los mismos pasos obtenemos para la matriz S las siguientes expresiones:

$$S_{l'l'}^{j j'} = iK 4\pi \sum_{\lambda} (-1)^{U+L+I'} \begin{Bmatrix} I & J & \lambda \\ l & l' & I' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} M_{l'l}^{(\lambda)} \quad (18)$$

donde

$$M_{l'l}^{(\lambda)} = \frac{1}{KR} \int_0^{\pi} \Psi_{E'l'}^{opt}(\lambda) V_{\lambda}^{(2)}(\lambda) \Psi_{E'l}^{opt}(\lambda) d\lambda \quad (19)$$

En caso de transición de dos escalones es necesario colocar en la expresión (5) el primer miembro de (6). Entonces descomponiendo por las ondas parciales y utilizando el teorema Wigner-Eckart obtenemos:

$$f_{I'M'IM}^{(n)} = \frac{32m^2}{(4\pi)^{\frac{1}{2}}} \sum_i e^{i(\sigma l' + \sigma l)} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ I' & I & M' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ I' & I & M' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad *$$

$$\begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ -m' & m & \mu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & l & \lambda \\ m' & 0 & \mu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I' & \lambda & I_z \\ -\mu' & \mu & M_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_z & \lambda & I \\ -M_z & \mu & M \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I' & I_z & -M' \\ I & M & -1 \end{Bmatrix} \quad *$$

$$\langle I' | g_{\lambda} | I \rangle = \frac{1}{2} \langle g_{\lambda} | I \rangle \int \frac{M_{l'l}^{(\lambda)} M_{l'l}^{(\lambda)}}{K^2 - K'^2 + i0} K'^2 dK' \quad (20)$$

Comparando (20) con (10) obtenemos para la matriz S' la siguiente expresión:

$$S_{l'l'}^{j j'} = iK \frac{16m^2}{\pi} \sum_{\lambda} (-1)^{I'} \cdot I_z + l' - l \langle I' | g_{\lambda} | I \rangle = I_z | g_{\lambda} | I \rangle \quad *$$

$$\begin{Bmatrix} l & \lambda & l' \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l' & \lambda & l \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j & l & I \\ \lambda & I_z & l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j & l' & I_z \\ \lambda & I' & l' \end{Bmatrix} \hat{l} \hat{l}' (2l'' + 1) \quad *$$

$$\int \frac{M_{l'l}^{(\lambda)} M_{l'l}^{(\lambda)}}{K^2 - K'^2 + i0} K'^2 dK' \quad (21)$$

Una expresión análoga a (20) para el caso la dispersión de partículas cargadas se obtuvo en la investigación de la excitación de Coulomb, con iones pesados¹².

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Como es conocido¹³, el potencial óptico, que se utiliza en los cálculos por el método CCBA puede depender considerablemente de la energía de la partícula en el canal elástico o inelástico. Ello es un elemento de impor-

tancia en las investigaciones de las fluctuaciones de las secciones de dispersión elásticas, inelásticas y total. Esta dependencia energética de los elementos matriciales $M_{\ell\ell}^{\lambda}$, fue investigada en el primer orden de la teoría de las perturbaciones, utilizando el formalismo de la función de Green¹³⁾.

Analicemos seguidamente el comportamiento de los elementos matriciales en el segundo orden de la teoría de las perturbaciones.

Para investigar la dependencia energética de la matriz S en el segundo orden de la teoría de las perturbaciones hay que tomar en consideración 2 casos; excitación directa y escalonada. En el primer caso la sección total es proporcional a los elementos matriciales del tipo

$$|M_{\ell\ell}^{\lambda}|^2$$

Consideremos inicialmente las funciones de ondas

$\Psi_{E\ell}^{\text{opt}}$ que aparecen en expresión (9).

Utilizando la función de Green del modelo óptico, la función de onda $\Psi_{E\ell}^{\text{opt}}$ se puede escribir de la siguiente forma:

$$\Psi_{E\ell}^{\text{opt}}(\kappa) = \Psi_{E\ell}^{\text{sh}}(\kappa) + \int G_{\ell}^{\text{opt}}(\kappa\kappa'E) \bar{\Sigma}(\kappa', \kappa'', E) \Psi_{E\ell}^{\text{sh}}(\kappa'') d\kappa' d\kappa'' \quad (22)$$

donde $\Psi_{E\ell}^{\text{sh}}(\kappa)$ es la función de onda del modelo de las capas; el operador de auto energía $\bar{\Sigma}(\kappa, \kappa', E)$ es un valor complejo que determina el potencial del modelo óptico y $G_{\ell}^{\text{opt}}(\kappa\kappa', E)$ se determina por la ecuación de Dyson¹³⁾:

$$G_{\ell}^{\text{opt}}(\kappa\kappa'; E) = G^{\text{sh}}(\kappa, \kappa'; E) + G^{\text{sh}}(\kappa, \kappa'; E) \bar{\Sigma}(\kappa', \kappa'', E) G^{\text{sh}}(\kappa'', \kappa'''; E) \quad (23)$$

donde $G^{\text{sh}}(\kappa, \kappa', E)$ es la función de Green en el modelo de las capas¹⁵⁾.

Si utilizamos el método expuesto en ¹⁴⁾ la expresión (22) de la función de onda dentro del núcleo puede expresarse de la siguiente forma:

$$\Psi_{E\ell}^{\text{opt}}(\kappa) = \frac{\Psi_{E\ell}^{\text{sh}}(\kappa)}{1 - q(E) \Sigma_{EE}} \quad (24)$$

donde

$$\Sigma_{EE} = \langle f_E | \bar{\Sigma}(E) | f_E \rangle \quad \text{y} \quad q(E) = \frac{mR}{K} \frac{w(\bar{f} X_E^*)}{w(f X_E^*)} \quad (25)$$

dónde K - es el impulso del nucleón en el núcleo, R es el radio del núcleo, m es la masa del nucleón y $W(f, g) = fg' - f'g$ el Wronskin. La función de onda $f_E(\kappa)$ y $\tilde{f}_E(\kappa)$ son las soluciones regular e irregular de la ecuación de Shredinger en el potencial del modelo de las capas χ_E^+ . Es la solución de la ecuación de Shrödinger que corresponden a las ondas que se alejan.

La función de onda del modelo de las capas puede ser representado de la forma siguiente:

$$Y_E^{sh}(\kappa) = A(E) f_{E\lambda}(\kappa) \quad (26)$$

dónde $A(E)$ es la amplitud de la función de onda dentro del núcleo.

Utilizando la definición de $q(E)$ de la expresión (25), el comportamiento asimétrico de la función de onda y considerando que el potencial del modelo de las capas es real, obtendremos

$$A^2(E) = -\frac{K}{mR} \quad (27)$$

Sustituyendo (24) en (9) y considerando (26) y (27) obtenemos las siguientes expresiones para $|M_{\ell\ell}^\lambda|^2$

$$|M_{\ell\ell}^\lambda|^2 = \frac{k k'}{(mR)^2} \frac{\text{Im}q(E)}{|1 - q(E) \sum_{EE} (E)^2|} \frac{\text{Im}q(E)}{|1 - q(E') \sum_{EE} (E')^2|} \left(\int_{E\ell} f_{E\ell}(\kappa) g_{\ell\ell}^\lambda(\kappa) f_{E\ell}(\kappa) d\kappa \right)^2 \quad (28)$$

En la cercanía de una resonancia monopartícula el valor de $q(E)$ puede tomarse como ¹⁶⁾

$$q(E) = \frac{1}{E - E_a + i\Gamma_a / 2} \quad (29)$$

dónde E_a, Γ_a son la energía y el ancho de la resonancia monopartícula. Sustituyendo (29) en (28) obtenemos la expresión: (para $\Gamma_s = -2 \text{Im} \sum_{EE} \gg \Gamma_a$)

$$|M_{\ell\ell}^\lambda|^2 = \frac{\Gamma_a}{(E - E_a - \Delta)^2 + \Gamma_s^2 / 4} \frac{\Gamma_a}{(E' - E_a - \Delta') + \Gamma_s'^2 / 4} \quad (30)$$

donde $\Delta = R_e \sum_{EE} \Gamma_a \Gamma_s E_a \Delta'$ corresponden al canal inelástico. De esta expresión puede observarse que cerca de una resonancia monopartícula $|E - E_a| < \Gamma_s/2$ aparece una dependencia de los elementos matriciales con respecto a Γ_s y Γ_a . Si Γ_s o Γ_a aumentan los elementos matriciales $|M_{\ell}^{\lambda}|^2$ disminuyen.

Esta dependencia energética trae como consecuencia fluctuaciones de los elementos matriciales y por ende fluctuaciones de las secciones de dispersión elásticas e inelásticas.

La descripción de las secciones inelástica en caso de procesos "multistep" (2 escalones) es más complejo, ya que en estos casos el estado intermedio desempeña un papel de consideración.

Utilizando (21), (26) y (27) y la igualdad¹⁷⁾

$$\int \frac{M_{\ell'}^{\lambda} M_{\ell}^{\lambda}}{k'^2 - k^2 + i0} k'^2 dk' = \langle \ell' | M^{(\lambda)} G_{\ell} M^{(\lambda)} | \ell \rangle$$

obtenemos que el módulo de la matriz S en un canal inelástico depende de la energía de la siguiente forma:

$$|S|^2 = \frac{|A(E)|^2 |A(E')|^2}{|q^{-1}(E') - \sum_{E''} E''|E''|^2} \quad (31)$$

De esta relación puede observarse que lejos de la resonancia monopartícula en el estado intermedio el aporte de los procesos escalonados (multisteps) resulta pequeño. Cerca de la resonancia monopartícula en el canal intermedio la expresión (31) puede representarse de la siguiente forma:

$$|S|^2 \sim \frac{|A(E)|^2 |A(E')|^2}{|E'' - E_a - \Delta|^2 (\Gamma_a \Gamma_s |E''|^2)^{1/4}} \quad (32)$$

De esta expresión se ve, que además de la dependencia energética, relacionada con la existencia del estado monopartícula, aparece la dependencia vinculada con el canal intermedio.

Es interesante destacar que esta dependencia es del mismo tipo que la de dependencia de los canales elásticos e inelásticos, que viene dado por la relación (30).

Este tipo de dependencia energética fue observada en la sección de dispersión inelástica de los neutrones

en el nivel 2^+ (0.838 Mev) del núcleo $^{56}_{Fe}18$).

En el trabajo ¹³⁾ anteriormente citado, la misma se pudo explicar en los marcos de la aproximación DWBA. A modo de ilustración se muestra los resultados obtenidos en las Figs. 1 y 2. Como puede observarse, de la Fig. 1 la forma y la magnitud de las fluctuaciones en la sección experimental fueron reproducidas satisfactoriamente, más aún teniendo en cuenta que los cálculos se realizaron utilizando el modelo de las capas, donde los niveles monopartícula se determinan con un error aproximado de 0.5 Mev.

Para una mejor comprensión del proceso físico analizado se muestra además en la Fig. 2 la dependencia energética de la parte imaginaria del potencial óptico $W(E)$ utilizado. En la misma se puede observar que la posición de los máximos de $W(E)$ coinciden con la posición de los mínimos de la sección dispersión inelástica, como prevee cualitativamente la expresión (30).

Posteriormente, utilizando el método descrito anteriormente y en los trabajos ^{13,14)} se calculó la dependencia energética de la sección total y elástica de la de los neutrones incidentes en el núcleo $^{60}_{Ni}$. Como puede observarse en las figuras 3 y 4 la congruencia con los datos experimentales ¹⁹⁾ es satisfactoria.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se obtuvieron expresiones para la matriz S en los marcos de la aproximación DWBA en el primero y segundo orden de la teoría de las perturbaciones. Se ha mostrado que la utilización de dichas fórmulas en los casos que están justificados (valores del spin total J , radio de acción del potencial de Coulomb y otros) resultan convenientes por necesitar menos tiempo y capacidad de máquina computadora que el método de los canales enlazados (CCBA).

En el primer orden de la teoría de las perturbaciones se obtuvo una expresión para el caso de excitación cuadrupolar de Coulomb en el límite cuasiclásico.

Dicha fórmula permite hallar la matriz S de una forma directa y relativamente sencilla, mostrando las posibilidades que ofrece la aproximación DWBA, en el ahorro de tiempo y capacidad de máquina con respecto al método CCBA.

Utilizando el formalismo de la función de Green fueron investigadas las características principales de las fórmulas obtenidas en el segundo orden de la teoría de las perturbaciones. Se mostró en los marcos de la aproximación utilizada en el presente trabajo que es po-

sible explicar en casos concretos, la dependencia energética de las secciones neutrónicas de dispersión elástica, inelástica y total.

En este sentido, como ejemplo, se analizó la sección de dispersión inelástica de los neutrones en el ^{56}Fe . Además se calculó la sección de dispersión elástica y total de los neutrones en el núcleo ^{60}Ni .

En ambos casos se observó una concordancia satisfactoria con la forma y magnitud de las secciones experimentales, sobre todo teniendo en cuenta que los cálculos se realizaron utilizando el modelo de las capas, donde los niveles monopartículas se determinan con un error aproximado de 0.5 meV.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. Raynal
in Computing as a Language of Physics (IAEA, Vienna 1972)
2. K. Alder et al.
Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 432
3. L.C. Biedenharn et al.
Phys. Rev. 100 (1956) 376

4. J. Raynal,
CEN-SACLAY, Dph-T/71-48 (1971)
5. L. Landau
E.M. Lifchits Kuahtabaya Majanika T.3 Hauka 1973,
pag. 188
N. Austern et al
Phys. Rev. 128 N.2 (1962) 733
6. B. Buck
Phys. Rev. 127 N.3 (1962) 940
7. P.E. Hodgson
Nuclear Reactions and Nuclear Structure (Clardon Press, Oxford 1971)
8. T. Tamura
Ann. Rev. of Nucl Sci 19 (1969) 79
9. S.I. Drozdov
Yad. Fiz 2 (1965) 810
10. O. Bohr, B. Motelson
Structura Yadra T. II Mir 1977
11. A.R. Edmunds
Angular momentum in quantum mechanics. Princenton University Press, New Jersey 1957
12. R. Alder, A. Winter
Electromagnetic Excitation (North-Holland Publ. Co.

Amsterdam 1975)

13. J.R. Fernández, V.K. Sirotkin
Nuovo Cim. 58A (1979) 21
14. J.R. Fernández, V.K. Sirotkin
Nucl. Phys. A312 (1978) 17, preprint of Kurchatov
Atomic Energy Institute IAE 2974 Moscow
1978)
15. A.B. Migdal
Theory of Finite Fermi systems and Application to
Atomic Nuclei (New York 1967)
16. V.K. Sirotkin, I.V. Adamchuk
Yad. Fiz 25 (1977) 36
17. A.I. Baz, Ya B. Seldovich and A.M. Perelomov
Scattering- reactions and Decay in Nonrelativistic
quantum mechanics: (Moscow 1971) published
in Russian
18. A.M. Musaelyan et al.
Izv. Akad Nauk SSSR, Ser fiz 33 (1969) 48
19. A. Smith et al
Nucl Science and Engin V.72 (1979) 293

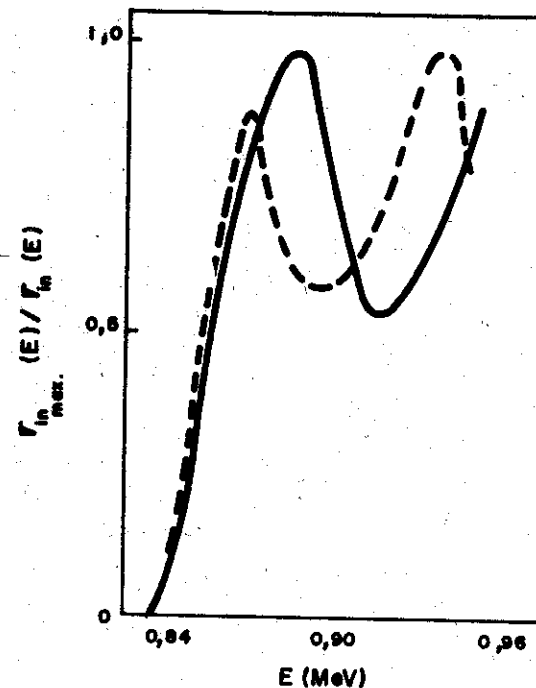


Fig. 1 - La sección de dispersión inelástica experimental (línea de puntos) y calculada (línea continua) en el núcleo ^{56}Fe

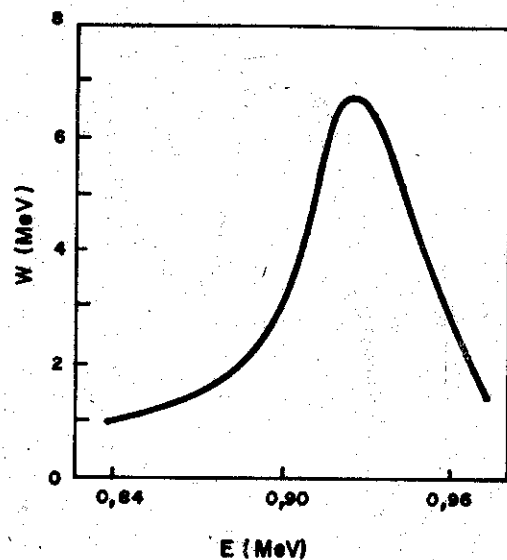


Fig. 2 - La dependencia energética de la parte imaginaria del potencial óptico $W(E)$ en el canal inelástico para el núcleo ^{56}Fe .

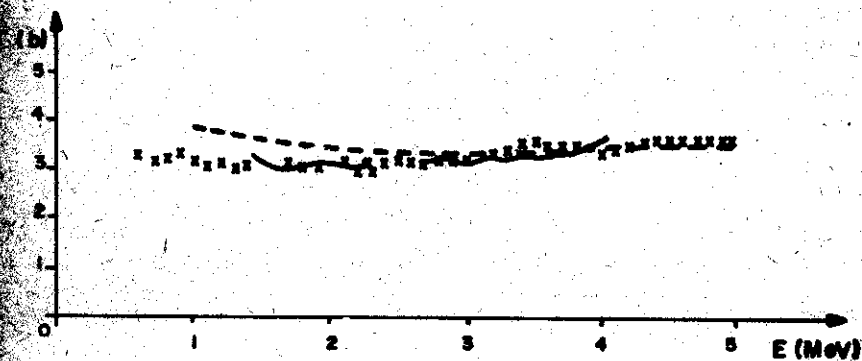


Fig. 3 - Sección de dispersión total. Calculada en el presente trabajo (línea continua) comparada con la experimental (línea de cruces) y la calculada en el trabajo Smith¹⁹ para el ^{60}Ni . (línea de puntos).

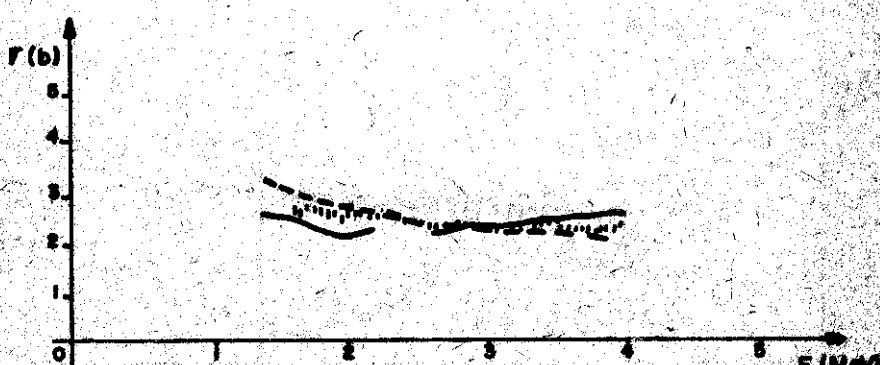


Fig. 4 - Comparación entre la sección de dispersión elástica calculada en el presente trabajo (línea continua) y la experimental (rayas) y calculada (línea de puntos) por Smith¹⁹⁾ para el ^{60}Ni . (línea de puntos).