REVISTA CUBANA DE FÍSICA Vol.IV, No.3, 1984

Una solución para la evaluación exacta de los recursos energéticos solares de los países del Tercer Mundo

Mario Álvarez-Guerra, Manuel Ramos Vázquez y Luis Berriz. ININTEF, Academia de Ciencias de Cuba

RESUMEN

Sobre la base de datos de heliógrafos, se ha desarrollado un programa de computación que calcula la transmisividad hemisférica de la atmósfera $\bar{K}_h$ con una exactitud tres veces superior a la lograda por los modelos que utilizan el dato tradicional del total de horas de insolación. El procedimiento propuesto resulta aplicable en cualquier punto de la superficie de la Tierra donde se disponga de las cartas de un heliógrafo durante no menos de cinco años de operación, previa evaluación, en tiempo presente, del modelo de ASHRAE para cielo claro en el lugar de que se trate.

ABSTRACT

Starting from sunshine records a program which estimates the hemispherical transmissivity of the atmosphere has been developed. An accuracy of three per-cent in the $\bar{K}_h$ determination has been obtained. This method can be applied in any point of the carth's surface where it would be possible to obtain sunshine records and the ASHRAE model for clear sky.

INTRODUCCIÓN

Desde que apareció el trabajo de A.K.Angstron (3) en el que se propone una relación lineal para la obtención del promedio mensual de radiación global diaria que incide sobre 1 m² de superficie horizontal, sobre la base de datos de heliógrafos, muchos han sido los artículos publicados sobre el particular en diversas revistas especializadas (4), (5), (6) y (7). Los principales problemas que presentan estos modelos son: el elevado por ciento de error relativo en la determinación de $\bar{K}_h$ y el carácter local de los modelos, lo que restringe notablemente las posibilidades de una aplicación universal. En opinión de los autores, el problema fundamental que ha impedido hasta el presente obtener la $\bar{K}_h$ promedio con una exactitud semejante a la lograda utilizando piranómetros con registro continuo, reside en el hecho de que al procesar las horas de insolación, desentendiéndose de la significación energética de cada intervalo del día sumado, se pierde una valiosa información. Por ello, el programa de computación desarrollado en este trabajo se alimenta de datos de heliógrafo (simplemente unos o ceros) obtenidos del procesamiento de las cartas a intervalos de seis minutos, teniendo en cuenta a qué hora del día el heliógrafo quemó o no.

1. FUNDAMENTO TEÓRICO Y DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

El heliógrafo es un equipo de montaje ecuatorial que registra únicamente la presencia de radiación solar directa sin atender el valor específico de que se trate. Basta que la intensidad del haz de radiación directa sobrepase el umbral del equipo que es de alrededor de 100 Watt/m², para que el equipo registre.

Por otra parte, la radiación solar directa para cielo totalmente despejado es perfectamente predecible para cada instante del día del año, mediante la utilización de modelos teóricos (1) tales como el de Hoyt (14) y el de ASHRAE etc. La función de ASHRAE puede ser interpretada como la distribución de energía asociada a los diferentes intervalos del día, es decir, como la significación energética de cada intervalo del mismo.

Si ahora, a partir de la curva de ASHRAE y con la ayuda del registro de la carta del heliógrafo correspondiente al día en cuestión, se trata de obtener la curva de radiación directa siguiendo el criterio de anular la curva de ASHRAE en aquellos intervalos donde el heliógrafo no marcó, la curva que se obtiene difiere notablemente de la que se obtiene con el registrador. Esta discrepancia se debe a la presencia en la atmósfera de nubes transparentes; cirros, básicamente, que son capaces de atenuar la intensidad del haz de radiación directa a la mitad y hasta la tercera parte de su valor, sin que llegue a estar por debajo de la intensidad umbral de la carta del heliógrafo. Multitud de pruebas realizadas demostraron que este fenómeno es muy frecuente, lo que iniciaba la posibilidad de que presentara un comportamiento aleatorio.

Investigando en esta dirección y teniendo en cuenta que lo que se quie re obtener (1) es una curva promedio para cada mes del año, fue diseñado un nuevo método de procesamiento y análisis de la información de heliógrafo y registrador, ambos de la misma estación, destinado a la determinación de $\bar{K}_h$.

A continuación se describen, brevemente las diferentes etapas en que se llevó adelante la investigación y que abarcan, desde la obtención del dato primario mediante el procesamiento específico, hasta la programación del modelo de Liu y Jordan en forma polinomial. Así, se procedió del modo siguiente:

1. Se prepararon tres matrices de datos cuyos elementos fueron: los unos y ceros registrados por las cartas de heliógrafos, los valores obtenidos para cada intervalo de cada día a partir de la fórmula de ASHRAE y de los registros de radiación directa. Los datos fueron agrupados por meses de modo que se prepararon en total de doce juegos de matrices, que abarcaban varios años.
2. Con estas matrices se calcularon promedios mensuales de radiación directa que dieron como resultado sendos vectores filas, susceptibles de ser correlacionados para investigar la posibilidad de existencia de una correlación lineal.

   Una vez demostrada la existencia de una fortísima correlación, se obtuvo la ecuación de regresión lineal que tiene en el eje de las abscisas los elementos del vector obtenido de promediar las columnas de la matriz heliógrafo-ASHRAE.
3. Una vez obtenido el promedio mensual de radiación directa incidente diario sobre 1 m² de superficie horizontal, se calculó $\bar{K}_h$ utilizando las correlaciones de Liu y Jordan expresadas en forma analítica. En el epígrafe que sigue se detalla el procedimiento seguido.

2. PREPARACIÓN DE LAS MATRICES

Sea A una matriz de n x m, donde n representa el número de días de que consta la muestra considerada, correspondiente siempre al mismo mes de diferentes años, y m, a su vez, el número de intervalos del día. En las pruebas realizadas el día fue dividido indistintamente en intervalos de seis o doce minutos con el propósito de investigar la diferencia de exactitud obtenida con uno u otro método. Los elementos a_{ij} de A se obtienen de la fórmula:

$$F_n = F_{n_o} (q)^{\frac{\sec V}{\cos V}} \qquad (1)$$

donde $F_{n_o} = 1353 \text{ watt}/m^2$ la llamada constante solar.

Esta fórmula corresponde al modelo de ASHRAE de radiación directa para cielo claro (8).

A su vez, sec v viene dado por la fórmula:

$$\sec v = \frac{1}{\operatorname{sen}\delta\operatorname{sen}\Phi+\cos\delta\cos\Phi\cos\omega} \qquad (2)$$

Evidentemente, la dependencia de n viene dada a través de la declinación δ que varía de día en día (2) y la dependencia de m a través del ángulo horario.

Por otro lado, sea H una matriz también de n x m, cuyos elementos sean simplemente los unos y ceros extraidos de la carta del heliógrafo para cada intervalo de cada día. Y por último sea R la matriz de n x m cuyos elementos r_{ij} son los valores de radiación directa registrados en los mismos intervalos.

Ahora es posible definir la matriz E mediante la fórmula que da cada uno de sus elementos.

$$\ell_{ij} = a_{ij}\, h_{ij} \qquad (3)$$

Esta fórmula de multiplicación no presenta índice mudo algunos pues, evidentemente, no se trata de una multiplicación de matrices.

Está claro por otra parte, que es posible calcular la integral diaria de radiación directa mediante la fórmula:

$$R_i = \sum_{j=1}^{m} P\, r_{ij} \text{(K Joule)} \qquad (4)$$

donde

$$P = 0{,}36 \quad \text{si} \quad \Delta t = 6 \text{ min}$$

y r_{ij} expresado en watt/m².

3. ESTABLECIMIENTO DE LA CORRELACIÓN

Como se dijo anteriormente a partir de las matrices E y R es posible obtener dos vectores filas con los promedios por intervalo del día susceptibles de ser correlacionados. En lenguaje matricial esto puede expresarse del siguiente modo:

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} e_{ij} \qquad (j = 1,\dots,n) \qquad (5)$$

$$\bar{R}_k = \frac{1}{n}\sum_{\ell=1}^{n} r_{\ell k} \qquad (k = 1,\dots,n) \qquad (6)$$

En la tabla I se muestra un ejemplo de vectores filas con el resultado de la correlación.

Aplicando la conocida fórmula del coeficiente de correlación lineal, se realizó una serie de experimentos independientes con muestras también independientes.

La representatividad de la muestra quedó garantizada en virtud de las consideraciones siguientes:

Consideramos que lo que se desea es, en esencia, la evaluación de un sistema de recepción y procesamiento de datos para la obtención de $\bar{K}_h$, a los efectos de analizar la representatividad de la muestra, debían tenerse en cuenta todos los factores que influyen en el proceso de medición y procesamiento, con especial cuidado de que a lo largo de los diferentes años no se hubiera producido variación alguna que pueda alterar la homogeneidad de los datos. Las causas de posibles alteraciones consideradas fueron: la calidad de las cartas del heliógrafo, los diferentes componentes del registrador, en especial su calibración, la forma de operar ambos equipos, el comportamiento de los diferentes elementos que pueden alterar la transmisividad de la atmósfera (vapor de agua, aerosoles, etc.). Puede afirmarse con rigor que cada vez que se incluyeron en la matriz datos de diferentes años, estos pertenecían a la misma muestra del universo de situaciones que el "equipo" tendría que medir.

Completa el aval de la muestra su tamaño y el importante hecho de que abarca un número suficiente de situaciones (campos a medir) para garantizar el comportamiento del nuevo sistema de obtención de $\bar{K}_h$ en cualquier circunstancia.

Por otra parte, la teoría de la correlación exige (9) el conocimiento de la distribución asociada a los valores que aparecen en los vectores filas. Las distribuciones obtenidas para cada uno de los meses fueron aproximadamente normales, lo que desde el punto de vista de la teoría estadística (10) resulta una ventaja, sobre todo a la hora de realizar la prueba de hipótesis.

Otro punto que debe ser garantizado (11) es el de la independencia de la variable X cuyos valores están contenidos en el vector fila correspondiente (tabla I). No obstante, la evidencia por simple inspección y por la naturaleza física del problema, se realizaron pruebas al azar utilizando la técnica de la tabla de contingencia (9) que confirmaron la validez de la suposición.

Finalmente, con el objetivo de realizar la prueba de la hipótesis de la existencia de la correlación fue utilizada la transformación.

$$W = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 + \Pi}{1 - \Pi} \qquad (7)$$

que convierte complicadas distribuciones de Π en normales.

También se utilizaron: la fórmula que da la media de la distribución teórica, es decir, de aquella cuya validez se cuestiona:

$$U_w = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \tag{8}$$

y la que da la desviación standard:

$$\sigma_w = \frac{1}{\sqrt{n-3}} \tag{9}$$

Sobre esta base fue establecida la hipótesis nula de $\rho = 0,99$ con un nivel de significación del 5%, resultando que el total de pruebas considerado no dio en ningún caso razón para rechazarla.

Sin embargo, está claro que el error más desafortunado en este caso sería el de tipo II (9), es decir, el dar por cierta la existencia de la correlación cuando en realidad no existe. Esta duda fue despejada repitiendo un número suficientemente grande de veces el experimento.

En efecto, si se supone negada la existencia de la correlación cuando al menos una sola vez en la sucesión de N experimentos, el valor decae en la zona crítica, de hecho se está efectuando una nueva prueba de hipótesis en la que la hipótesis nula tiene (0,60) de ser afirmada y 0,95 de ser negada. Si a pesar de esto se confirma, puede afirmarse sobre la base de la improbabilidad de ocurrencia del hecho improbable en el primer evento (12) que es cierta.

Las pruebas realizadas confirmaron la existencia de una fuerte correlación superior a 0,98.

Por último, probada la existencia de la correlación se procedió a la determinación del coeficiente de correlación mancomunado, es decir, del coeficiente de correlación ρ más probable, teniendo en cuenta los diferentes valores de r obtenidos en la serie de experimentos. Para ello, se siguió el procedimiento propuesto de Ostle (13). La tabla II que resume los cálculos realizados dio como resultado un valor de $\rho=0,99$. Se realizaron también varias pruebas para comprobar la independencia del coeficiente de correlación del parámetro q, que es lo mismo que decir del nivel de insolación para días con cielo totalmente despejado en el lugar de que se trate. Este punto resulta de vital importancia para garantizar la universalidad del método. Las pruebas realizadas demuestran la invarianza de r cuando q cambiaba a lo largo del intervalo $0,6 \leq q \leq 0,8$ reconocido en la literatura especializada (8) como representativo de las atmósferas de las regiones de la Tierra donde tiene sentido el uso de la energía solar. Como será demostrado a continuación, lo mismo ocurre con los coeficientes de la ecuación de regresión lineal.

Las fórmulas empleadas fueron (12) las conocidas;

$$\rho_y = \frac{n \Sigma x y - \Sigma x \cdot \Sigma y}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \tag{10}$$

$$b = \frac{\Sigma x^2 \Sigma y - \Sigma x \Sigma x y}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \tag{11}$$

$$y = \rho_y x + b \tag{12}$$

donde ρ_y y b son los parámetros de la ecuación de la recta.
En estas fórmulas n representa el número de parejas de valores que intervienen en la correlación.

4. DETERMINACIÓN DE $\bar{K}_H$ A PARTIR DE LA INTEGRAL DIARIA PROMEDIO DE RADIACIÓN DIRECTA

Conocido el promedio mensual de radiación directa que incide sobre 1 m² de superficie horizontal, es posible, utilizando la correlación universal de Liu y Jordan, calcular $\bar{K}_h$. Para ello basta expresar en forma polinomial la función $\frac{\bar{H}_d}{H_d}$ que Liu y Jordan presentaron en forma gráfica. Así es posible plantear:

$$\frac{\bar{H}_d}{\bar{H}_h} = 0,77 - 0,8\ \bar{K}_H \tag{13}$$

y por otra parte se tiene:

$$\bar{H}_h = \bar{K}_H\ H_0 \tag{14}$$

donde H_0 es la radiación extraterrestre que puede ser obtenida con gran exactitud (2) mediante una fórmula que tiene la latitud y el día del año como variables.

Ahora es posible plantear la ecuación de segundo grado en $\bar{K}_h$.

En efecto, se tiene:

$$\left(1 - \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}_h}\right) \bar{K}_H\ H_0 = R_i \tag{15}$$

y, finalmente, sustituyendo (10) en (12) se tiene:

$$0,8\ \bar{K}_H^2\ \ 0,23\ \ \bar{K}_H - \frac{R_i}{H_0} = 0 \tag{16}$$

Pruebas realizadas con el heliógrafo de la estación de Caimanera y datos suministrados por la Academia de Ciencias de Cuba de la $\bar{K}_H$ promedio mensual en el mismo lugar, demostraron que el programa de computación SOLRAN 16 B es capaz de dar mes a mes con un error inferior al 3% el valor de la transmisividad hemisférica de la atmósfera promedio mensual. Este resultado permite asegurar que, al menos nacionalmente, los coeficientes de la recta de regresión son invariantes.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De los resultados obtenidos, tanto en la estación de Santiago de Las Vegas, como en la de Caimanera, situada a mil km de distancia en la costa sur de la Isla, y con casi tres grados de latitud de diferencia, es posible concluir lo siguiente:

1. Que el modelo estadístico de registrador desarrollado permite obtener el $\bar{K}_H$ promedio, siempre que se disponga de no menos de cinco años de datos y se realicen, en tiempo presente, ajustes de un modelo teórico de insolación para cielo claro.

2. El error que se obtiene por este método no supera nunca el 3%, lo que permite afirmar que, en sentido estadístico, con una red de heliógrafos bien controlada, y con la realización del ajuste del modelo teórico en tiempo presente, es posible obtener la misma información, prácticamente, que con una red de piranómetros de registro continuo.

3. En lo adelante, deben reconsiderarse las inversiones en redes de piranómetros de registro continuo que no dan información sobre la distribución espectral, pues a los efectos de caracterizar las disponibilidades energéticas de un determinado país, basta con las cartas de los heliógrafos para determinar $\bar{K}_H$ con buena exactitud.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bendt, P.; A.Rabl; H.W.Gaul
"Optical Analysis and optimization of Line Focus Solar Collectors". Solar Energy Research Institute, TR-34-092, Colorado, 1979.

2. Collares-Pereira, M.; A.Rabl
"The Average Distribution of Solar Radiation Correlations between Diffuse and Hemispherical and between Daily and Hourly Insolation Values", Solar Energy, Vol.22, Inglaterra. 1979.

3. Ikbal, M.
"Correlation of Average Diffuse and Beam Radiation with Hours Bright Sunshine". Solar Energy, Vol. 23, Inglaterra, 1979.

4. ---------
"A study of Canadian Diffuse and Total Solar Radiation Data". Solar Energy, Vol.23, Inglaterra, 1979.

5. Bárbaro, S.; C.Cappolino
"Global Solar Radiation in Italy". Solar Energy, Vol. 20, Inglaterra, 1978.

6. Collares-Pereira, M.; A.Rabl
"Simple Procedure for Predicting Long Term Average Performance of Non-concentrating Solar Collectors". Solar Energy Vol.23, Inglaterra, 1979.

"Derivation of Method for Predicting Long Term Average Energy Delivery of Solar Collectors". Solar Energy, Vol.23, Inglaterra, 1979.

8. Bárbaro, S. C.Cappolino
"An Atmospheric Model for Computing Direct and Diffuse Solar Radiation" Solar Energy. Vol.22, Inglaterra, 1979.

9. Hoel, P.G.
"Elementary Statistics". Edición Revolucionaria. La Habana, 1969.

10. MacFarlane, A.
"Introducción a la Teoría de la Estadística". Editorial Aguilar, Madrid, 1960.

11. Quenoille, M.H.
"Introductory Statistics". Edición Revolucionaria, La Habana, 1970.

12. Gmurman, V.E.
"Teoría de las Probabilidades y Estadística Matemática. Editorial MIR Moscú, 1974.

13. Ostle, B.
"Estadística Aplicada". Editorial Científico-Técnica. La Habana, 1979.

14. Hoyt, D.V.
"A Model for the Calculation of Solar Global Insolation". Solar Energy, Vol.22, Inglaterra, 1978.

Recibido: 26 de septiembre de 1984.

TABLA I

Ejemplo de conjunto de parejas de valores cuya correlación fue calculada

Modelo A-H	Registrador
513.7695	635.9810
570.8550	605.8447
582.7493	600.8840
590.6768	593.4651
567.6841	583.6147
535.9700	545.3970
447.9626	531.4622
456.6841	466.2554
415.4556	497.0769
405.1484	499.4604
405.9414	454.4602
332.9990	348.3193
340.1343	346.5547
317.1418	322.8762

TABLA I (Continuación)

Modelo A-H	Registrador
294.9419	330.9937
255.2992	271.7415
225.9637	258.1626
221.2063	216.5807
179.9782	167.0951
160.9496	159.0560
131.6142	115.6953
117.3427	84.9060
93.5570	29.3929
67.3928	0.8336
42.0214	0.0

TABLA II

Cálculos que prueban la existencia de una correlación-mancomunada

Muestra	Tamaño	n-3	r	Z	(n-3) Z	(n-3) Z
A	25	22	0.9985	3.5974	79.1418	284.7013
B	25	22	0.9952	3.0116	66.2543	199.5286
Total	50	44			145.3961	184.2299
Promedio Z					3.3045	-------
Promedio Z					-------	480.4551
(observada)						3.7748
(tabla)			implica Ho cierta			3.84
			Promedio			0.9973

TABLA III

Valores del coefiente de correlación y de los coeficientes de la recta de regresión		
Época del año	Invierno	Verano
ρ_Y (a dimensional)	0,7799	0,7926
b en KW	67,96	61,98
ρ	0,9985	0,9935