

# Condensación de Bose vs Barreras de potencial

Augusto González y Angel Pérez, Instituto de Matemática Cibernética y Computación, Academia de Ciencias de Cuba

## RESUMEN

---

Se estudia la transición de fase en la Electrodinámica escalar no masiva (modelo de Coleman y Weinberg<sup>1</sup>). Dos efectos intervienen en la dinámica del problema: la barrera de potencial en la energía libre, que se opone a la transición y la condensación de Bose de los mesones escalares, que la favorece. En el trabajo se describe la teoría de Coleman y Linde sobre la desintegración de un estado metaestable y se indica su analogía con los modelos de nucleación espontánea de la Física Estadística.

## ABSTRACT

---

The phase transition in massless scalar Electrodynamics (Coleman-Weinberg model) is studied. Where as the potential barrier in free energy strongly suppress the phase transition, the Bose condensation of scalars mesons acts as a source of symmetry breaking. The Coleman-Linde theory for the decay of a metastable state is described and the parallelism between this theory and existing models of nucleation processes in Statistical Physics is indicated.

## INTRODUCCIÓN

---

La formulación del conocido efecto túnel de la Mecánica Cuántica /1/ en la Teoría Cuántica del Campo fue realizada por Coler n /2,3/ y extendida luego por Linde /4,5,6/ a sistemas de campos en equilibrio térmico. Casi

al final de su interesante artículo /2/ Coleman deja abiertas algunas interrogantes y entre ellas la siguiente: ¿Qué sucederá si el estado metaestable es un estado de densidad finita construido sobre un falso vacío?

Motivados por esta problemática en el presente trabajo abordamos el estudio de la transición de fase en la Electrodinámica escalar no masiva, en la cual las fases simétrica  $\phi = 0$  y asimétrica  $\phi_{\min} \neq 0$  están separadas por una barrera de potencial y además los mesones escalares pueden sufrir condensación de Bose.

#### Notación

- $\phi = \phi(x_1, \dots, x_D)$ : Campo escalar en un espacio D-dimensional. El caso D=1 corresponde a la partícula en una dimensión y  $x_1$  es la variable temporal.
- $S_D(\phi)$ : acción euclídea del sistema de campos.
- $V(\phi)$ : energía potencial con forma de barrera (fig. 1a)).
- P: probabilidad de desintegración del estado metaestable.

La expresión familiar para P es

$$P = A \exp - 2 \int_0^a d\phi \sqrt{(2V(\phi))} \quad (1)$$

Y las expresiones correspondientes en la Teoría del Campo (el procedimiento para obtenerlas se describe más adelante)

$$P = A \exp - S_D(\bar{\phi}) \quad (2)$$

$$P = A \exp - \frac{S_{D-1}(\bar{\phi})}{T} \quad (3)$$

Puede comprobarse que el caso D-1 de (2) se reduce a (1).

#### TEORÍA DE COLEMAN Y LINDE

Describamos brevemente el procedimiento para calcular P. Comencemos por la partícula en una dimensión. El punto de partida es la expresión en términos de integrales funcionales del propagador de Feynman /8/

$$\begin{aligned} \phi\left(\frac{t}{2}\right) &= \phi_2 \\ \langle \phi_2 | \exp - Ht | \phi_1 \rangle &= \int (d\phi) \exp - S_1(\phi) \\ \phi\left(-\frac{t}{2}\right) &= \phi_1 \end{aligned} \quad (4)$$

el cual describe la amplitud de probabilidad de que la partícula transite desde la posición  $\phi_1$  hasta  $\phi_2$  en un tiempo t.  $S_1(\phi)$  es la acción clásica de la partícula expresada en variables euclídeas (tiempo imaginario);

$$S_1(\varphi) = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} dt \left( \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + V(\varphi) \right) \quad (5)$$

Para nuestro propósito es necesario obtener información sobre la energía del estado básico,  $E_0$ . Esta información puede hallarse a partir del comportamiento asintótico del propagador (4)

$$\langle \varphi_2 | \exp - Ht | \varphi_1 \rangle_{t \rightarrow \infty} = \langle \varphi_2 | 0 \rangle \langle 0 | \varphi_1 \rangle \exp - E_0 t \quad (6)$$

Sea  $\varphi = 0$  un punto metaestable como en la fig. 1a) y escojamos  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  en el propagador de Feynman. La integral funcional (4) puede evaluarse en la aproximación de la fase estacionaria. Esto es, hacemos  $\varphi = \bar{\varphi} + \psi$ , donde  $\bar{\varphi}$  es una solución de las ecuaciones clásicas de movimiento (ecuaciones de Euler-Lagrange) que satisface  $\varphi(-t/2) = \varphi(t/2) = 0$ . Quedándonos sólo con los términos cuadráticos en  $\psi$  resulta aproximadamente.

$$\langle 0 | \exp - Ht | 0 \rangle = \exp (-S_1(\bar{\varphi})) \int_{\psi\left(\frac{t}{2}\right)=0}^{\psi\left(-\frac{t}{2}\right)=0} (d\psi) \exp - \int dt \frac{1}{2} \psi \left( -\delta_t^2 + V''(\bar{\varphi}) \right) \psi \quad (7)$$

El próximo paso es mostrar que el operador  $-\delta_t^2 + V''(\bar{\varphi})$  no es definido positivo y por tanto existen modos inestables de oscilación alrededor de la configuración. En efecto,  $\psi_1 = \frac{d}{dt} \bar{\varphi}$  es un modo cero de dicho operador (ya que  $\bar{\varphi}$  satisface las ecuaciones clásicas). Pero  $\psi_1$  tiene un nodo, por tanto deberá existir cierta  $\psi_0$  con autovalor negativo.

La presencia de una autovalor negativo en el espectro del operador daña la convergencia de la Gaussiana (7). Con el objetivo de darle sentido a esta expresión es necesario un proceso de prolongación analítica. Uno parte de un potencial como el de la fig. 1b) (en el cual el operador es definido positivo) y lo deforma analíticamente hasta el potencial 1a). Entonces ciertos contornos de integración en (7) deberán ser prolongados hacia la dirección imaginaria del plano complejo. Esto introduce una componente imaginaria en la energía del estado básico,  $E_0$ .

Para hallar  $P$  uno suma las contribuciones a  $\text{Im } E_0$  de todas las soluciones clásicas  $\bar{\varphi}$  periódicas, con período  $t \rightarrow \infty$ . Finalmente  $P = -2 \text{Im } E_0$ . Los detalles de estos cálculos pueden hallarse en /3/. El resultado final es

$$P = \left( \frac{S_1(\bar{\varphi})}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\det' (-\delta_t^2 + V''(\bar{\varphi}))}{\det (-\delta_t^2 + V''(0))} \right|^{-\frac{1}{2}} \exp - S_1(\bar{\varphi}) \quad (8)$$

el cual brinda una expresión para el coeficiente  $A$  en (1). En la fórmula (8)  $\bar{\varphi}$  es la solución clásica que realiza una sola oscilación y la prima en el determinante significa que se excluye el modo cero del operador.

La fórmula (8) se generaliza directamente a una teoría de campos en D dimensiones.  $S_1(\bar{\varphi})$  es reemplazada por  $S_D(\bar{\varphi})$  y por cada modo cero del operador  $-\nabla_D^2 + V''(\bar{\varphi})$  se introduce un factor  $(S_D(\bar{\varphi})/2\pi)^{1/2}$ . En el caso de una teoría de campos a temperatura finita, la variable temporal es periódica con período  $1/T$  /9/. En el límite de altas temperaturas las soluciones  $\bar{\varphi}$  se hacen independientes de dicha variable, resultando que  $S_D(\bar{\varphi}) = \frac{S_{D-1}(\bar{\varphi})}{T}$ . Nuestro interés se centrará en el caso  $D-1 = 3$ . La expresión para la probabilidad de escape (por unidad de tiempo y de volumen) será:

$$P = T \frac{S_3(\bar{\varphi})^{3/2}}{2\pi T} \left| \frac{\det'(-\nabla^2 + V''(\bar{\varphi}))}{\det(-\nabla^2 + V''(0))} \right|^{-1/2} \exp - \frac{S_3(\bar{\varphi})}{T} \quad (9)$$

Debido a la imposibilidad de evaluar analíticamente el determinante funcional en (9), será utilizada la expresión aproximada

$$P = T^4 (S_3(\bar{\varphi})/2\pi T)^{3/2} \exp -S_3(\bar{\varphi})/T \quad (10)$$

en la cual el determinante se ha reemplazado por una magnitud con las dimensiones requeridas. Nuestro interés se centrará entonces en el cálculo de  $\bar{\varphi}$  y  $S_3(\bar{\varphi})$ .  $\bar{\varphi}$  es solución de las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\nabla^2 \varphi = dV/d\varphi \quad (11)$$

con simetría esférica (medio homogéneo) y condiciones de contorno

$$\frac{d\varphi}{dr}(0) = 0 \quad (12)$$

$$\varphi(\infty) = 0 \quad (13)$$

La 1ra condición significa que  $\varphi(r)$  es una función acotada en  $r=0$ , mientras que la 2da garantiza la convergencia de la integral por la que viene expresada  $S_3(\varphi)$ .

$$S_3(\varphi) = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \left( \frac{1}{2} (d\varphi/dr)^2 + V(\varphi) \right) \quad (14)$$

La condición (13) tiene también un significado físico:  $\bar{\varphi}(r)$  es una fluctuación que tiene lugar dentro de la fase meta estable  $\varphi=0$ .

En general no es posible atacar la ecuación (11) por métodos analíticos y es necesario recurrir a la solución numérica. En la próxima sección describimos el algoritmo numérico utilizado en los cálculos del presente trabajo. Antes nos detendremos brevemente en el análisis de dos casos simples conocidos /6/, que permiten el estudio aproximado de una gran cantidad de casos más complejos.

#### a) Aproximación de pared estrecha (APE)

Consideremos el caso en que la diferencia de energía entre los dos mínimos del potencial es pequeña comparada con la altura de la barrera ( $\epsilon \ll V_{\max}$ ). En este caso, la solución es conocida y corresponde aproximadamente a una

burbuja esférica llena de la fase estable

$$\bar{\varphi}(r) = \begin{cases} \varphi_{\min} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (15)$$

Si la diferencia entre los dos mínimos es  $\epsilon$ , el radio de la burbuja y la acción euclídea se expresan

$$R = 2S_1/\epsilon \quad (16)$$

$$S_3(\bar{\varphi}) = 16\pi S_1^3/3\epsilon^2 \quad (17)$$

donde

$$S_1 = \int_0^\alpha d\varphi \sqrt{(2V(\varphi))} \quad (18)$$

La condición  $V_{\max} \gg \epsilon$  puede formularse también como que el radio de la burbuja es mucho mayor que las dimensiones de la pared (es decir de la región en la que el campo decae desde  $\varphi_{\min}$  hasta 0), expresándose

$$R \gg (V''(0))^{-1/2} \quad (19)$$

b) Aproximación de pequeña barrera (APB)

Consideremos el caso inverso al a), en el cual la barrera es pequeña comparada con la profundidad del mínimo ( $\epsilon \gg V_{\max}$ ). La solución de las ecuaciones de Euler Lagrange en este caso depende solamente del comportamiento de  $V(\varphi)$  en los alrededores de la barrera. Supongamos que en esta región  $V(\varphi)$  puede aproximarse por

$$V(\varphi) = \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{k} \varphi^k \quad (20)$$

donde  $k=3,4$ . Midiendo las longitudes en unidades  $1/m$  y los campos en unidades  $(m^2/\lambda)^{1/(k-2)}$  obtenemos para la acción clásica

$$S_3 = (m^{6+k}/\lambda^2)^{1/(k-2)} 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \left( \frac{1}{2} (d\varphi/dr)^2 + V(\varphi) \right) \quad (21)$$

donde ahora

$$V(\varphi) = \frac{1}{2} \varphi^2 - \frac{1}{k} \varphi^k \quad (22)$$

La solución numérica de (11) para el potencial (22) ofrece como resultado ( $\bar{\varphi}(r) < 5, \forall r$ ):

$$S_3(\bar{\varphi}) = \begin{cases} 19m/\lambda & , k=4 \\ 43.65m^3/\lambda^2 & , k=3 \end{cases} \quad (23)$$

## EVALUACIÓN NUMÉRICA DE P

El algoritmo utilizado para la evaluación numérica de la ecuación (11) hace uso de la analogía entre esta ecuación y la Ley de Newton para una partícula que se mueve en un potencial  $-V$  y sobre la cual actúa una fuerza viscosa inversamente proporcional al tiempo. Para percatarse de

esta analogía basta escribir explícitamente (11) :

$$d^2\phi/dr^2 + (2/r)d\phi/dr = dV/d\phi \quad (24)$$

e interpretar a  $\phi$  como la coordenada de la partícula y a  $r$  como tiempo. Una gráfica  $-V$  vs  $\phi$  se muestra en la fig. 2. La coordenada inicial debe buscarse en el intervalo  $(a, \phi_{\min})$ . Si  $\phi(0)$  se escoge demasiado cerca de las pérdidas de energía debidas al término de fricción viscosa no le permiten a la partícula alcanzar el punto  $\phi=0$  (en determinado momento se invierte el signo de la velocidad). Por otra parte, cuando  $\phi(0)$  está muy cerca de  $\phi_{\min}$  se cumple /2/

$$\phi(r) - \phi_{\min} = 2(\phi(0) - \phi_{\min}) / I_1(\omega r) / \omega r \quad (25)$$

donde  $I_1$  es la correspondiente función de Bessel de argumento imaginario y  $\omega = V''(\phi_{\min})$ . Pero si  $\phi(0) \approx \phi_{\min}$ ,  $\phi(r)$  se mantendrá cerca de  $\phi_{\min}$  hasta valores grandes de  $r$ , para los cuales puede desprejarse el término de viscosidad en (24) y la partícula sobrepasará la altura  $V=0$ . (es decir alcanzará valores negativos de  $\phi$ ). De forma que, por continuidad, deberá existir cierta  $\phi(0)$  tal que la partícula alcance la posición  $\phi=0$ . El algoritmo construido parte de un  $\phi(0)$  arbitrario y lo va ajustando en dependencia de qué condición se viola ( $\phi < 0$  ó  $d\phi/dr > 0$ ). La ecuación diferencial se integra a través de un método de Runge Kutta de 4to. orden.

Para verificar el algoritmo repetimos los cálculos en el potencial (22) obteniendo buena concordancia con los resultados existentes /6,10/

$$S_3(\bar{\phi}) = \begin{cases} 18.89 \text{ m}/\lambda & , k=4 \\ 43.66 \text{ m}^3/\lambda^2 & , k=3 \end{cases} \quad (26)$$

Las curvas  $\bar{\phi}(r)$  se muestran en la fig. 3.

## ELECTRODINÁMICA DE COLEMAN Y WEINBERG

Veamos entonces la Electrodinámica Escalar no masiva. Esta es la teoría más simple que exhibe rompimiento de simetría como consecuencia de las correcciones radiativas /7/. A  $T=0$  el potencial efectivo en la calibración de Landau se escribe

$$V(\phi, 0) = \frac{3e^4}{64\pi^2} \phi^4 \left[ \ln \frac{\phi^2}{\langle \phi \rangle^2} - \frac{1}{2} \right] \quad (27)$$

donde  $e$  y  $\lambda$  caracterizan respectivamente la interacción electromagnética ( $e^2/4\pi=1/137$ ) y la autointeracción de los mesones escalares. Ambas se relacionan de acuerdo con

$$\lambda = 33 e^4 / 8 \pi^2 \quad (28)$$

Cuando  $T \neq 0$  el potencial efectivo contiene, además de  $V(\phi, 0)$ , la energía libre de todas las partículas /11/

$$V(\phi, T) = V(\phi, 0) + \frac{T^4}{2\pi^2} \int_0^\infty dx x^2 \left\{ 3 \ln \frac{1 - \exp(-\sqrt{x^2 + e^2 \phi^2 / T^2})}{1 - \exp(-x)} \right. \\ \left. + \ln \frac{1 - \exp(-\sqrt{x^2 + \frac{2\phi^2}{T^2}})}{1 - \exp(-x)} + \ln \frac{1 - \exp(-\sqrt{x^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6T^2}})}{1 - \exp(-x)} \right\} \quad (29)$$

En la fig. 4 se muestra la dependencia  $V$  vs  $\phi$  para algunos valores típicos de la temperatura. El mínimo de  $V(\phi, T)$  se identifica con el estado básico de la teoría. Cuando  $T > T_0$ ,  $\phi = 0$  es el estado básico. Cuando  $T < T_0$  el mínimo es  $\phi_{\min}(T) \neq 0$  (Fig. 5). A partir de (29) hallamos

$$T_0 = 0.0944 \langle \phi \rangle \quad (30)$$

Obsérvese que cuando  $T < T_0$  entre los dos mínimos locales de  $V(\phi, T)$  se establece una barrera de potencial que entorpece la transición. Para mostrar que la barrera está presente a cualquier temperatura  $0 < T < T_0$  utilicemos el desarrollo /12/

$$\frac{T^4}{2\pi^2} \int_0^\infty dx x^2 \ln \frac{1 - \exp(-\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{T^2}})}{1 - \exp(-x)} = \frac{a^2 T^2}{24} - \frac{a^3 T}{12\pi} - \frac{a^4}{64\pi^2} \ln \frac{a^2}{T^2} + \frac{5.41}{6\pi^2} a^4 + O\left(\frac{a^6}{T^2}\right) \quad (31)$$

válido en la región  $a \rightarrow 0$ . La curvatura del potencial efectivo en  $\phi = 0$  es entonces.

$$M^2(T) = V''(0, T) = (3e^2 + 2\lambda/3) T^2/12 > 0 \quad (32)$$

Evaluemos la probabilidad de penetración de la barrera. Si  $T = T_0 - \Delta T$  con  $\Delta T \ll T_0$ , podemos utilizar la APE.  $\epsilon$  puede escribirse

$$\epsilon \approx -4 V(\phi_0, 0) \Delta T / T_0 \quad (33)$$

Midamos todas las magnitudes dimensionales en términos de  $\langle \phi \rangle$ .  $S_1$  se evalúa numéricamente

$$S_1 = 2.18 \times 10^{-3} \quad (34)$$

y entonces, a partir de (16) y (17) hallamos

$$R = 5.33 / \Delta T \quad (35)$$

$$S_3(\bar{\phi}) = 0.259 / \Delta T^2 \quad (36)$$

Para hallar la probabilidad total del proceso utilizamos la expresión (10) y multiplicamos por el volumen espacial del sistema y por el intervalo

de tiempo que consideramos. Como valor característico escogemos  $\exp(380) (\text{GeV})^{-4}$  que corresponde al volumen del espacio-tiempo a escala del Universo. Obtenemos

$$P_{\text{tot}} = T_0^4 (S_3(\bar{\phi})/2\pi T_0)^{3/2} \exp(380 - S_3(\bar{\phi})/T_0) (\langle \phi \rangle / \text{GeV})^4 \quad (37)$$

(37) se corresponde con la curva discontinua de la fig. 6 en la región  $T \approx T_0$ . La condición  $\epsilon \ll V_{\text{max}}$  impone la restricción

$$\Delta T \ll 0.1 T_0 \approx 0.01 \quad (38)$$

y por tanto  $P_{\text{tot}}$  es prácticamente nula.

Como veremos a continuación  $P_{\text{tot}}$  se mantiene  $\approx 0$  aún cuando  $T$  es varios órdenes inferior a  $T_0$ . En el caso de temperaturas extrabajas podemos utilizar la APB. Para la parte dependiente de  $T$  en  $V(\phi, T)$  escogemos sólo el 1er término de (31). En  $V(\phi, 0)$  aproximamos  $\ln(\phi) = -\ln(e/T)$ . Ambas aproximaciones se basan en el hecho de que la barrera se extiende hasta valores del campo  $\phi \approx T/e$ . Resulta entonces la expresión

$$V(\phi, T) = \frac{1}{2} M^2(T) \phi^2 - \frac{1}{4} \left[ \frac{3e^4}{8\pi^2} \ln(e/T) \right] \phi^4 \quad (39)$$

A partir de los resultados (26) obtenemos

$$\frac{S_3(\bar{\phi})}{T} = 18.89 \frac{M(T)}{T \ln(e/T) 3e^4/8\pi^2} \quad (40)$$

Los valores de  $P_{\text{tot}}$  correspondientes se representan por la curva discontinua de la fig. 6 en la región  $T \ll T_0$ . Puede verse que aún cuando  $T \approx 10^{-11}$ ,  $P_{\text{tot}} \ll 1$ . La curva continua de la fig. 6 es la solución numérica exacta del problema en la región de temperaturas  $10^{-4} < T < T_0$ .

Un análisis semejante al nuestro fue realizado por Witten /13/ al estudiar el mecanismo de Coleman y Weinberg en una serie electrodébil, concluyendo que no se produce transición a la fase asimétrica aún después de 10 órdenes de sobreenfriamiento.

Es natural buscar vías que actúan como catalizadoras de la transición. A continuación analizamos uno de estos posibles mecanismos.

#### a) Condensación de Bose

Una alteración radical del problema tiene lugar si consideramos que en el sistema está presente un número conservado de partículas.

Si la densidad de partículas es elevada la condensación de Bose de los mesones escalares es el mecanismo que guía la transición a la fase asimétrica /14/. Se produce una transición de fase de 2da. especie a la temperatura

$$T = \sqrt{(12\mu^2 / (3e^2 + 2\lambda/3))} \quad (41)$$

donde  $\mu$  es el potencial químico correspondiente.



Por otro lado, cuando la densidad de partículas es pequeña el sistema debe comportarse de forma análoga al caso neutro ( $\mu=0$ ). El significado de la condición 'densidad pequeña' se obtiene comparando en el potencial efectivo /15/ el término causante de la condensación de Bose:  $-\mu^2\phi^2/2$  con el término  $\frac{3e^4}{64\pi^2} \phi^4 (\ln\phi^2 - \frac{1}{2})$  que es resultado de las correcciones radiativas. Obtenemos

$$\mu^2 = 3e^4/64\pi^2 \quad (42)$$

Si la condición (42) es satisfecha el efecto del término dependiente de  $\mu$  se hará sentir sólo en la región  $\phi \ll 1$ , introduciendo una contribución negativa a la curvatura en  $\phi=0$ .

$$M^2(T) = (3e^2 + 2\pi/3) T^2/12 - \mu^2 \quad (43)$$

De aquí que cuando  $T \approx T_0$  se repita el comportamiento descrito antes (barrera de potencial entre los dos mínimos locales, sobrefriamiento, etcétera). Sin embargo, a bajas temperaturas la probabilidad  $P_{tot}$  aumenta considerablemente. Utilizando la expresión (43) en la APB (40) obtenemos que  $P_{tot} \approx 1$  a una temperatura muy cercana a la de inestabilidad

$$T = 1.005 \ 2\mu/e \quad (44)$$

la cual no puede ser mucho menor que  $T_0$  y sin embargo enorme, en comparación con los valores analizados en el caso  $\mu=0$ .

Obsérvese que en el punto de transición el campo clásico salta discontinuamente desde  $\phi=0$  hasta  $\phi=1$ , indicando que la transición de fase es de 1er tipo, contrariamente al caso analizado en /14/. La causa de esta diferencia radica en que las correcciones radiativas juegan un papel tan importante como la condensación de Bose en la dinámica del modelo cuando  $\mu$  satisface (42).

## ANALOGÍA CON LA FÍSICA ESTADÍSTICA

---

Las expresiones (16,17) halladas en la APE son análogas a las utilizadas en la Fis.Est. para la descripción de procesos en los cuales se desintegra un estado metaestable /16/. En especial (18) brinda una expresión para el coeficiente de tensión superficial.

El punto de partida nuestro (aproximación de fase estacionaria en la integral funcional de una teoría de Campos a  $T \neq 0$ ) es diferente al utilizado usualmente para el cálculo de  $P$  y nos ha permitido el análisis de casos alejados de la APE.

La posibilidad de que las soluciones de la ecuación (11) determinen el tiempo de vida media de la fase metaestable en sistemas de la Fis.Est. donde la APE no es aplicable debe ser estudiada.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se utilizaron los resultados de Coleman y Linde sobre la penetración de barreras de potencial en el estudio de la Electrodinámica escalar no masiva a  $T \neq 0$ . La barrera de potencial en dicho modelo es consecuencia de la acción combinada de efectos cuánticos y térmicos y desaparece en el límite  $T \rightarrow 0$ . Cuando  $\mu = 0$  la barrera prácticamente impide la transición. Sin embargo, cuando  $\mu \neq 0$  la transición a la fase asimétrica puede efectuarse a temperaturas razonables.

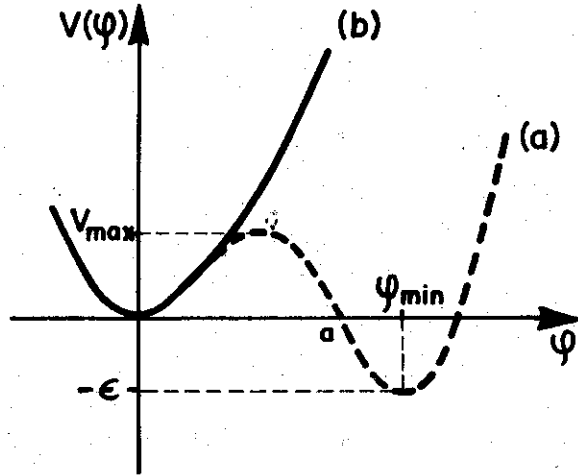


Figura 1. a) Barrera de potencial  
b) Potencial monótono.

Figura 2. Analogía de la ec. (24) con la ley de Newton para una partícula en un potencial  $-V$  y viscosidad inversamente proporcional al tiempo.

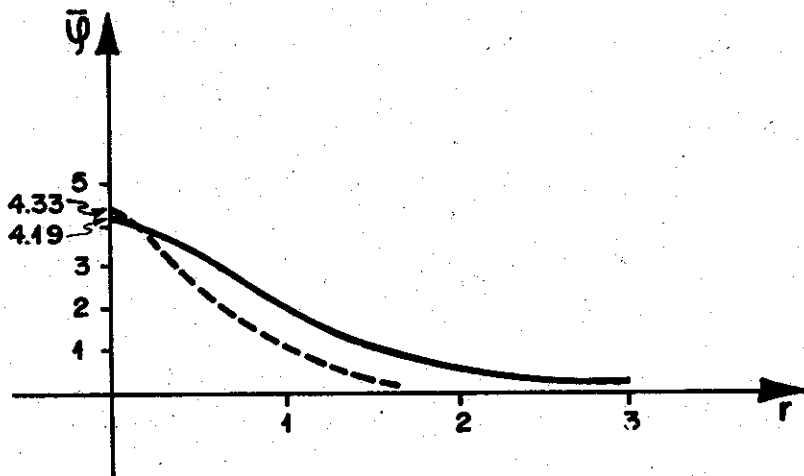
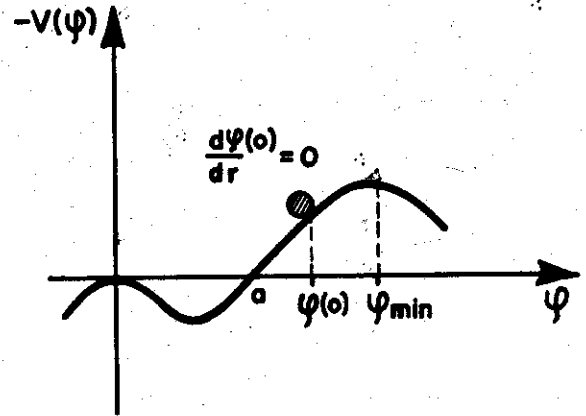


Figura 3. Curvas  $\bar{\psi}$  vs  $r$  correspondientes al potencial (22)  
k=4: curva discontinua  
k=3: curva continua

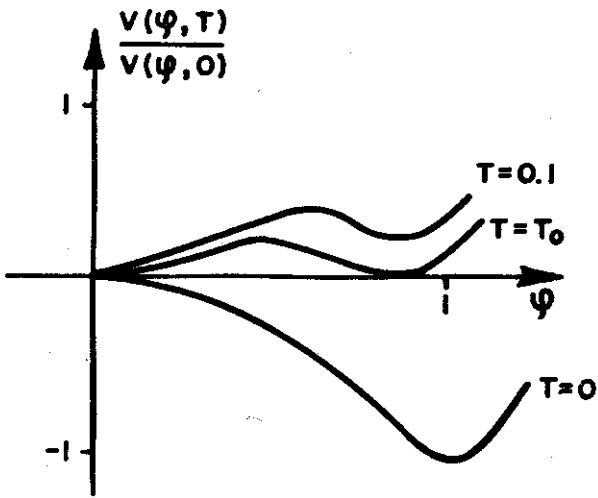


Figura 4. Potencial efectivo en la Electrodinámica de Coleman y Weinberg para valores típicos de  $T$  (25).

Figura 5. Dependencia  $\phi_{\min}$  vs  $T$ .

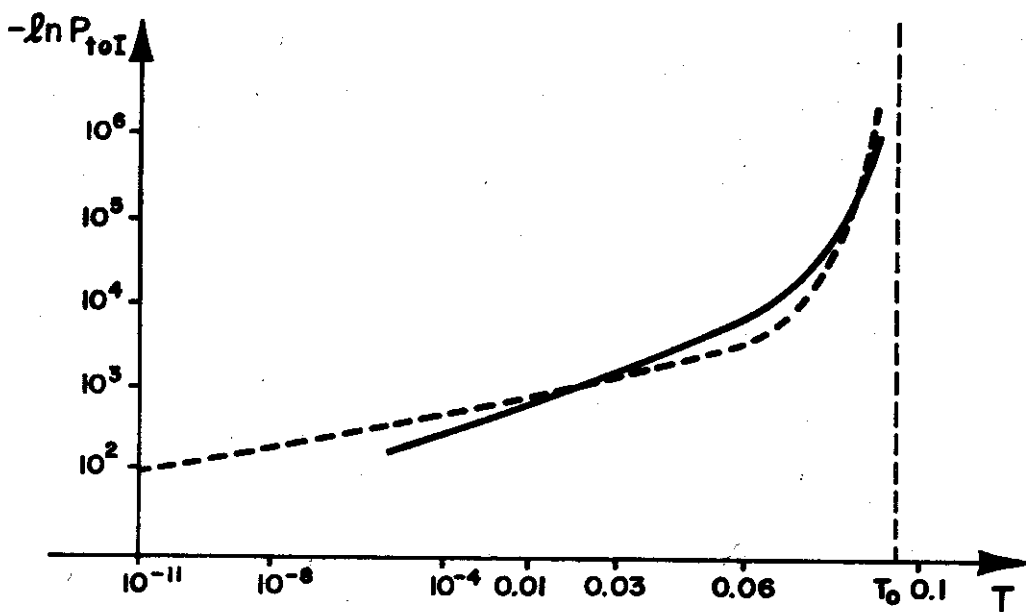
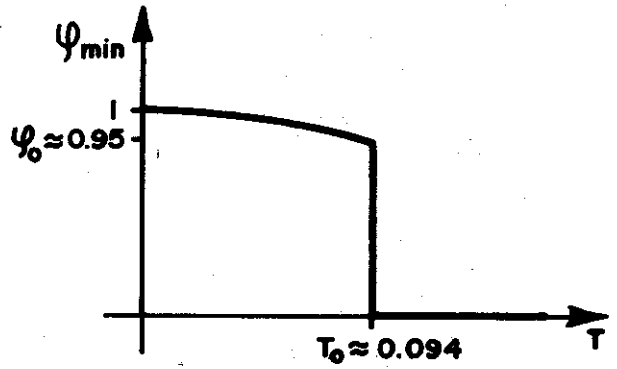


Figura 6. Dependencia  $P_{\text{tot}}$  vs  $T$ . APE y APB: curva discontinua, solución exacta: curva continua.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- /1/ Landau, L. y E. Lifshitz.  
Mecánica Cuántica, Ed. Mir 1967
- /2/ Coleman, S.  
Phys Rev 15D,2929 (1977)
- /3/ Callan, C. y S. Coleman  
Phys Rev 16D, 1762(1977)
- /4/ Linde, A.  
Phys Lett 70B,306 (1977)
- /5/ Linde, A.  
Phys Lett 100B,37 (1981)
- /6/ Linde, A.  
Preprint No 265 FIAN (1981)
- /7/ Coleman, S. y E. Weinberg  
Phys Rev 7D,1888(1973)
- /8/ Feynman, R. y A. Hibbs  
Mecánica Cuántica e Integrales de Trayectoria, Mc Graw-Hill 1965
- /9/ Fradkin, E.  
Actas del FIAN, vol. 19, p.1. (1965)
- /10/ Brezin, E. y G. Parisi  
J. Stat Phys 19, 269 (1978)
- /11/ Linde, A.  
Rep Prog Phys 42,389 (1979)
- /12/ Dolan, L. y R. Jackiw  
Phys Rev 9D,3320 (1974)
- /13/ Witten, E.  
Nucl Phys 117B,477 (1981)
- /14/ González, A.  
Rev Cub Fis vol III, No. 3, p. 3. (1983)
- /15/ González, A.  
Fortschrder Phys (1985)
- /16/ Landau, L. y E. Lifshitz  
Física Estadística, Ed. Mir 1967