REVISTA CUBANA DE FÍSICA Vol.VI, No.2, 1986

Sobre los fundamentos métrico-topológicos del proceso de medición

Arquímedes Ruíz Columbié y Guillermo Puente González
Grupo Nacional de lluvia provocada,
Academia de Ciencias de Cuba

Rafael Mut Benítez
Facultad de Física-Matemática
Universidad de Oriente

RESUMEN

En esta exposición se analizan los aspectos métrico-topológicos del proceso de medición en Física, destacándose la importancia de los mismos para la comprensión completa de dicho proceso y la situación que ante este problema padece el físico debido a su ingenuo desconocimiento. El estado actual de enseñanza de la Matemática a los futuros físicos, al atender fundamentalmente a los aspectos algorítmicos, impide salvar esta situación y no permite comprender a cabalidad el profundo proceso de matematización que incide sobre toda la construcción actual de la Física.

Uno de los rasgos distintivos del desarrollo actual de la ciencia lo constituye, sin dudas, la matematización del saber científico. Los métodos matemáticos que irrumpieron con extraordinaria fecundidad en los inicios de la Física como ciencia (Galileo Galilei, 1564 - 1642) y que tiene su precursor más brillante en Arquimedes de Siracusa (2892-212 ane) han ido inundando las distintas ramas del saber científico que atienden todas las esferas de la realidad objetiva. Aquí es conveniente destacar, aunque sólo sea de paso, que los métodos matemáticos que se aplican a distintas ciencias resultan con frecuencia distintos y que por tanto, los modelos obtenidos pueden diferir y a diferencia del modelo matemático de la Mecánica Clásica, por poner un ejemplo concreto que tiene carácter métrico, han aparecido modelos no métricos donde los problemas de la medición de magnitudes y el cálculo numérico no son determinantes. No obstante, los modelos matemáticos que imperan en la Física son los de carácter métrico en los cuales el proceso de medición juega un papel esencial y primigenio siendo precisamente en ese sentido que se desarrolla la presente exposición.

Si atendemos al desarrollo histórico de la ciencia se puede asegurar que la Física juega un papel privilegiado. Su surgimiento como ciencia particular, en el sentido moderno del término está vinculado al período de la historia general de las civilizaciones que se denomina Alto Renacimiento y en el cual ocurre la primera gran revolución científica de la historia /1/. Si además, y esto para nosotros es lo más importante, la Física constituye, desde aquel entonces, el primer campo de aplicación de los métodos matemáticos pudiéndose asegurar que el citado proceso de matematización de la ciencia surge precisamente en las primeras obras sobre Mecánica y Astronomía. También es preciso señalar que este proceso enriquece a la Matemática:

> Desde que la Física se asentó como ciencia (Galileo, Kepler, Newton), su principio sistematizador y la fuente esencial (a la par con el experimento) de sus conceptos es la Matemática (y viceversa, la Matemática surge de la Física) /2/.

Todo lo antes señalado es reconocido con mayor o menor beneplácito por todos los físicos (aquí es precisamente la mayor o menor disposición hacia las Matemáticas la que decide al grado de beneplácito) en este enfoque histórico-filosófico general. Pero, una sola pregunta al físico contemporáneo lo lleva a una situación donde, o no encuentra respuesta o, permítase la frase, sus respuestas adolecen de una ingenuidad vecina con el desconocimiento: ¿por qué, si toda medición de magnitudes físicas por muy exacta que sea se expresa siempre por un número racional, las teorías físicas en general se construyen sobre el conjunto de los números reales?

Una primera respuesta con carácter pragmático puede ser, que de esa manera se garantiza poder aplicar toda la herramienta del cálculo infinitesimal en la formulación de la teoría /3/, pero esta respuesta enmascara precisamente las propiedades de los números reales que nuestro interpelado desconoce y que conforman la base métrico-topológicas de toda la estructura del cálculo infinitesimal y por tanto de la teoría física (o mejor, de las teorías físicas). En esta respuesta no se destaca que los números irracionales fueron precisamente introducidos para expresar relaciones teóricas que sin los mismos no podrían enunciarse y que fueron obtenidos por vía lógica /4/ (recordar el teorema de Pitágora y la diagonal del cuadrado de lado unidad).

La verdadera respuesta a esta interrogante planteada hay que ir a buscarla justamente en las propiedades métrico-topológicas de los números reales y muy en particular en las condiciones de separabilidad y completitud de dicho conjunto visto como un espacio métrico. El espacio métrico de los números reales (con la métrica canónica, derivada de la función módulo) contiene a un conjunto numerable siempre denso que es precisamente el conjunto de los números racionales por lo cual es separable. Desde el punto de vista de la medición esto permite asegurar que siempre, por medio de un número racional se puede aproximar con la exactitud que se desee cualquier número real.

Junto a la ya considerada condición de separabilidad, la condición de completitud tiene un extraordinario valor para el análisis de los resultados de las mediciones. En efecto, en el proceso de medición se obtiene en un primer paso un número racional, si posteriormente se mejoran los instrumentos de medición, la exactitud de la misma aumenta, pero en todos los casos el resultado es un número racional. Así las cosas, en cada nuevo paso se obtiene siempre un número racional y el conjunto de todos ellos constituye una sucesión que al crecer el número de pasos agrega exactitud a la medición pero que en todos los casos va implicado una disminución de la distancia entre los resultados de mediciones contiguas. ¿Cómo garantizar la convergencia de dicha sucesión? En el campo de los números racionales esto no es posible pero en el conjunto de los números reales donde toda sucesión de Cauchy es convergente, la convergencia de la "sucesión de mediciones" está garantizada y esta es precisamente el contenido de la condición de completitud que permite asegurar la existencia del valor real de la magnitud.

Así, la separabilidad y la completitud, asociadas a la exactitud y existencia del valor de la magnitud, son propiedades derivadas de la métrica indispensables para la formulación rigurosa de las teorías físicas.

Otras propiedades de carácter topológicos, como son los axiomas de numerabilidad y los axiomas de separación (aquí en particular el axioma de Hausdorff) permiten caracterizar la convergencia por medio de sucesiones-primer axioma de numerabilidad- y asegurar la unicidad del límite -axioma de Hausdorff- y estos axiomas son propiedades inherentes al conjunto de los números reales. El espacio métrico de los números reales, complejo y separable, que cumple los axiomas de numerabilidad y que constituye un espacio de Hausdorff resulta de una bondad insuperable para servir de base a las teorías físicas. ¿En qué situación está el físico, y en particular el físico teórico, que de manera ingenua no analiza crítica y objetivamente las bondades que brinda R y de forma derivada cualquier conjunto tipo R^n?.

El estado actual de la enseñanza de las Matemáticas en el nivel de pregrado para los que se forman como físicos, sólo atiende en lo fundamental a los aspectos algorítmicos del análisis clásico y no permite salvar estas desventajas y lo que es peor enmascara el carácter de ingenuo desconocimiento que sobre las propiedades métrico-topológicas de los modelos matemáticos utilizados tiene el futuro físico. Incluso esto último le hace, al estudiar Mecánica Cuántica y tenérselas que ver con el dominio del Análisis Funcional, apelar a las analogías con los operadores del Álgebra Lineal y no poder lograr una mejor fundamentación del aparato matemático de la Mecánica Cuántica. Un poco más tarde, el futuro profesor de Física para estudiantes de Matemáticas no podrá resaltar que en el proceso de matematización de la Física no sólo intervienen los modelos métricos por medio de ecuaciones sino que en el propio proceso de medición en los experimentos subyace ya la matematización como elemento indispensable en la reconstrucción cada vez más rigurosamente científica de la realidad (de hecho, en la construcción de las teorías actuales- por ejemplo, la QED se creó por el método de la hipótesis matemática- se comienza por la búsqueda del aparato matemático y su interpretación se forma más tarde, después de haberse logrado encontrar las ecuaciones fundamentales) /5/; atender y bogar por remediar estos males ha sido el superobjetivos de esta finalizada exposición.

BIBLIOGRAFÍA

/1/ Ambartsumian y V.Kaziutinski
Las revoluciones en las ciencias naturales: Aspectos filosóficos
Revista Ciencias Sociales, Academia de Ciencias de la URSS, No.3 1978, p. 61.

/2/ Omelianovski, M.
El conocimiento sensorial y el pensamiento abstracto en el proceso de medición científica.
Revista Ciencias Sociales, Academia de Ciencias de la URSS, No.3 1978 p. 68.

/3/ González, M.O.
Introducción al Análisis Matemático
Imprenta Barani, Matanzas 1940, p. 130.

/4/ Omelianovski, M. et al.
La dialéctica y los métodos científicos generales de investigación.
Tomo I, Editorial Ciencias Sociales, La Habana 1981, p. 204.

/5/ Stepin, V.
Metodología de la construcción de la teoría física.
Revista Ciencias Sociales, Academia de Ciencias de la URSS, No. 4, 1975, p.54.