REVISTA CUBANA DE FÍSICA Vol.VI, No.2, 1986

Vértice infrarrojo de tres puntos en teorías de calibración a temperatura no nula. I.- Electrodinámica escalar

Eduardo Casado Revuelta y David Oliva Agüero
Instituto de Matemática, Cibernética y Computación,
Academia de Ciencias de Cuba

RESUMEN

Se estudia el vértice infrarrojo de un fotón en la electrodinámica escalar tridimensional euclídea dentro de la aproximación no perturbativa de un lazo. Mediante la técnica "gauge" se construye el vértice completo (longitudinal más transverso) en el límite infrarrojo en que el momentum del fotón es cero. Se concluye que en este límite el vértice está totalmente determinado por el inverso del propagador de los escalares, según la correspondiente identidad de Ward diferencial. Se comprueba que lo anterior es satisfecho por el vértice calculado perturbativamente en la aproximación de un lazo.

El desarrollo y estudio de métodos no perturbativos es una de las principales tareas en el estudio de la zona infrarroja de las teorías de calibración a temperatura finita /1/, pues en esta región los cálculos perturbativos son inaplicables /2/. Esta tarea se simplifica debido a que en la zona infrarroja estas teorías se reducen a una teoría efectiva en tres dimensiones euclídeas cuyo comportamiento infrarrojo describe el del sistema a temperatura $T \neq 0$ /1, 3/.

En el presente trabajo vamos a estudiar no perturbativamente el vértice infrarrojo de tres puntos en la electrodinámica escalar euclídea tridimensional (EDE-3) descrita por la densidad lagrangiana

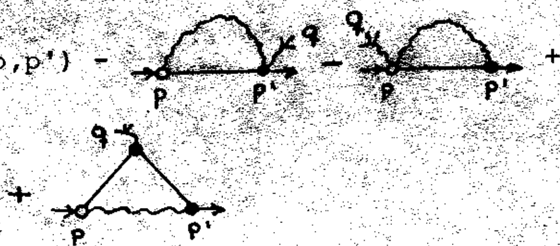
$$L = -\frac{1}{4}(F_{jk})^2 - |\partial_j\varphi + ieA_j\varphi|^2 - \alpha(\partial_j A_j)^2/2 \tag{1}$$

$$F_{jk} = \partial_j A_k - \partial_k A_j$$

donde A_j es el campo de calibración abeliano, φ es un campo escalar complejo, e es la constante de interacción, α es el parámetro de calibración y j, k toman valores 1, 2, 3.

La ecuación para el vértice de tres puntos $\Gamma_j(q;p,p')$ truncada en la aproximación no perturbativa de un lazo es

$$\Gamma_j(q;p,p') = \Gamma_j^0(q;p,p') - \tag{2}$$



donde

$$\Gamma_j^0(q;p,p') = e(p+p')_j \quad \text{con } p + q = p' \tag{3}$$

$$\Gamma_{jk}^0(q,q';p,p') = 2e^2\delta_{jk} \text{ con } p + q = p' + q' \tag{4}$$

y los puntos oscuros y líneas representan vértices y propagadores exactos. En esta misma aproximación las ecuaciones de Dyson-Schwinger para el inverso del propagador de los escalares G y de los fotones D_{ij} son

$$G^{-1}(p) = G_0^{-1}(p) + \frac{1}{2} \tag{5}$$

$$D_{ij}^{-1}(p) = D_0^{-1}(p)_{ij} + \tag{6}$$

donde

$$G_0^{-1}(p) = p^2 \tag{7}$$

y

$$D_0^{-1}(p)_{ij} = \left[\delta_{ij}p^2 + (\alpha - 1)p_i p_j\right] \tag{8}$$

Es fácil verificar que D^{-1}, G^{-1} y Γ_j truncadas según (2), (5) y (6) satisfacen las identidades de Ward

$$q_i \Gamma_i(q;p,p') = e\left[G^{-1}(p') - G^{-1}(p)\right] \quad (9)$$

$$q_i D^{-1}_{ij}(q) = \alpha q^2 q_j \quad (10)$$

de forma que la aproximación hecha respeta la invariancia de calibración. Nos interesa el vértice Γ_j en la región infrarroja en que el momentum del rotón $q=0$. En este caso la cadena de ecuaciones para las funciones irreducibles de una partícula se puede cortar aproximando el vértice de cuatro puntos Γ_{jk} según la identidad de Ward diferencial

$$\Gamma_{jk}(0,r-p;r,p) = e\left[\frac{\partial \Gamma_k(p-r;r,p)}{\partial p_j} + \frac{\partial \Gamma_k(p-r;r,p)}{\partial p_j}\right] \quad (11)$$

De esta forma en (2) cuando $q=0$ aparecerán sólo G, D y Γ_j.

De acuerdo con la identidad de Ward (9) Γ_j podemos escribirlo como

$$\Gamma_j = \Gamma^L_j + \Gamma^T_j \quad (12)$$

donde la parte longitudinal Γ^L_j es

$$\Gamma^L_j = e\,\frac{G^{-1}(p') - G^{-1}(p)}{(p')^2 - p^2}\,(p + p')_j \quad (13)$$

y la parte Γ^T_j es transversa con q.

Si tomamos en (12) el límite $q \to 0$ obtenemos

$$\Gamma_j(0;p,p) = e\,\frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_j} + \lim_{q\to 0} \Gamma^T_j(q;p,p') \quad (14)$$

puesto que $G^{-1}(p)$ es sólo función de p^2.

La técnica "gauge" /4/ es un método no perturbativo que se basa en "resolver" las identidades de Ward. En ella se aproxima inicialmente Γ_j por el primer término de (12), lo que utilizado en (5) junto con la sustitución en esta expresión del propagador fotónico libre en lugar del exacto, da una ecuación para G cuya solución $\bar{G}$ es una expresión no perturbativa para este propagador. A partir de ella se obtiene según (13) una expresión no perturbativa para el vértice: $\bar{\Gamma}_j$. La sustitución de $\bar{\Gamma}_j$ y $\bar{G}$ en (6) permite calcular $\bar{D}_{jk}$ (ver /5/). A partir de estas funciones se desarrolla un proceso iterativo sustituyendo en la parte derecha de (2), (5) y (6) las funciones encontradas, lo cual permite, en particular, construir Γ^T_j.

En el presente trabajo seguiremos este método para investigar el aporte del vértice transverso en la región infrarroja $q=0$. Para ello construimos $\Gamma_j(0;p,p)$ tomando $q=0$ en (2) sustituyendo en la parte derecha de esta expre sión Γ_{jk} y Γ_j según (11) y (13). D y G las consideramos funciones arbitrarias. Obtenemos entonces la siguiente expresión, en la que usamos la taquigrafía $\int \equiv \int d^{2w}r/(2\pi)^{2w}$ (trabajamos en 2w dimensiones complejas y al final tomamos $w \to 3/2$)

$$\Gamma_j(0;p,p) = \Gamma_j^0(0;p,p) - e\int \Gamma_i^0(r-p;p,r)D_{ik}(r-p)G(r)\left[\frac{\partial\Gamma_k(p-r;r,p)}{\partial r_j} + \right.$$

$$+ \frac{\partial\Gamma_k(p-r;r,p)}{\partial p_j} - e\int D_{ik}(r-p)G(r)\Gamma_k(p-r;r,p)\left[\frac{\partial\Gamma_i^0(r-p;p,r)}{\partial p_j} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial\Gamma_i^0(r-p;p,r)}{\partial r_j}\right] - e\int \Gamma_i^0(r-p;p,r)\frac{\partial G(r)}{\partial r_j} D_{ik}(r-p)\Gamma_k(p-r;r,p) \tag{15}$$

Integrando por partes el último término y suponiendo cero los términos de superficie llegamos a

$$\Gamma_j(0;p,p) = e\frac{\partial}{\partial p_j}\left[G_0^{-1}(p) - \int \Gamma_i^0(r-p;p,r)G(r)D_{ik}(r-p)\Gamma_k(p-r;r,p)\right] \tag{16}$$

que comparando con (5) y teniendo en cuenta que el primer diagrama de (5) es independiente del momentum externo, se puede escribir como

$$\Gamma_j(0;p,p) = e\frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_j} \tag{17}$$

Comparando esta expresión con (14) vemos que el término transverso no aporta en la región infrarroja q=0, es decir

$$\Gamma_j^T(0;p,p) = 0 \tag{18}$$

Notemos que en (15) y en la operatoria que lleva hasta la expresión (17) no hemos utilizado la forma explícita (13) de Γ^L, sino solamente que Γ^L satisface la relación (17). Es decir: partiendo de un vértice que satisface la identidad de Ward diferencial se llega a otro que también la satisface. Puesto que tampoco hemos puesto ninguna forma particular para D y G, la propiedad (17) se cumplirá en cualquier orden de iteración dentro del esquema iterativo propuesto.

Concluimos así que, dentro del esquema no perturbativo de la técnica "gauge", el vértice exacto (longitudinal más transverso) satisface la identidad de Ward diferencial (17) cualquiera sean las expresiones no perturbativas que se obtengan para los propagadores. El vértice $\Gamma_j(q;p,p')$ no presenta divergencias cuando $q \to 0$, y en este límite su aproximación por el vértice longitudinal (13) lleva a un resultado exacto.

Puesto que los vértices desnudos y los propagadores libres satisfacen las relaciones (11) y (17), de lo hecho se deduce, como caso particular, que en la aproximación de un lazo Γ_j y G satisfacen la identidad de Ward diferencial (17). Esto es corroborado por el cálculo perturbativo de $\Gamma_i(q;p,p')$ en un lazo, cuyo resultado -usando los métodos de regularización dimensional- es

$$\Gamma_j^{(2)}(q;p,p') = (1+\alpha^{-1})\,\frac{e^3}{8|p||p'||q|}\left[p'_j(p.q) - p_j(p'.q)\right] +$$

$$+\ \frac{e^3}{4[|p|+|p'|+|p'-p|]}\left[p_j\left(\frac{|p'|-|p|}{|p'-p|} - \frac{(p'.q)}{|p||p'|} - 1\right) -\right.$$

$$\left. -\ p'_j\left(\frac{|p'|-|p|}{|p'-p|} - \frac{(p.q)}{|p||p'|} + 1\right)\right] \quad ; \quad q = p' - p \qquad (19)$$

Cuando $q \to 0$ este vértice satisface (17) siempre que para G^{-1} se toma su expresión en un lazo

$$G^{-1}(p)^{(2)} = -\,e^2|p|/4 \qquad (20)$$

El esquema seguido aquí es aplicable, en forma totalmente análoga, a los campos de Yang-Mills, según veremos en la segunda parte de este trabajo /5/.

BIBLIOGRAFÍA

1. Kalashnikov, O.K., V.V.Klimov y E.Casado
   Fortschr. Phys. *31* (1983) 613.

2. Linde, A.D.
   Phys, Lett. B *96* (1980) 289.

3. Gross, D.J., R.Pisarski y G. Yaffe
   Rev. Mod. Phys. *53* (1981) 43

4. Salam, A.
   Phys. Rev. *130* (1963) 1287

   Salam, A. y R.Delbourgo
   Phys. Rev. *135* (1964) B 1398

   Delbourgo, R.
   Nuo. Cim. A *49* (1974) 484

5. Casado, E.
   Reporte de investigación IMACC (1985), en imprenta.

6. ________
   En este mismo volumen