Vértice infrarrojo de tres puntos en teorías de calibración a temperatura no nula. II.- Campos de Yang-Mills.

Eduardo Casado Revuelta
Instituto de Matemática, Cibernética y Computación
Academia de Ciencias de Cuba

RESUMEN

Se estudia el vértice infrarrojo de tres gluones en la teoría tridimencional euclídea de Yang-Mills dentro de la aproximación no perturbativa de un lazo. Siguiendo la técnica "gauge" se construye el vértice completo (longitudinal más transverso) en el límite infrarrojo en que el momentum de un gluón es cero. Se concluye que en este límite el vértice está totalmente determinado por el "inverso" del propagador de los gluones según la correspondiente identidad de Ward diferencial.

El mismo esquema desarrollado para la electrodinámica escalar en tres dimensiones euclídeas en la primera parte de este trabajo /1/ lo utilizaremos en la teoría euclídea tridimencional de campos de Yang-Mills en calibración axial /2/, la cuál está descrita por la densidad lagrangiana.

$$L = -\frac{1}{4}\left[\partial_i A_j^a - \partial_j A_i^a + g f^{abc} A_i^b A_j^c\right] \tag{1}$$

donde g es la constante de acoplamiento, f^{abc} son las constantes de estructura del grupo SU(N), y se impone la condición de calibración $n_i A_i = 0$. En esta teoría la ecuación truncada para el vértice de tres gluones es

$$\Gamma(p,q,r)^{abc}_{ijk} = \Gamma^{0}(p,q,r)^{abc}_{ijk} + $$ 

$$+ \frac{1}{2}\Big[$$ 

$+$ 

$+$ 

$$\Big] \qquad (2)$$

donde

$$\Gamma^{0}(p,q,r)^{abc}_{ijk} = -igf^{abc}\left[\delta_{ik}(r-p)_j + \delta_{ij}(p-q)_k + \delta_{kj}(q-r)_i\right] \qquad (3)$$

$$\Gamma^{0}(p,q,r,s)^{bcdf}_{ijkm} = -g^2\Big\{f^{abc}f^{dfa}\left[\delta_{ik}\,\delta_{jm} - \delta_{im}\,\delta_{jk}\right] +$$
$$+ f^{abd}f^{cfa}\left[\delta_{ij}\,\delta_{km} - \delta_{im}\,\delta_{kj}\right] + f^{abf}f^{cda}\left[\delta_{ij}\,\delta_{mk} - \delta_{ik}\,\delta_{mj}\right]\Big\} \qquad (4)$$

y los puntos oscuros y líneas representan vértices y propagadores exactos. El truncamiento de la ecuación (2) es consistente con la aproximación para el operador de polarización

$$\Pi_{ij}(p) = -\frac{1}{2}$$  $$-\frac{1}{2}$$  $$\qquad (5)$$

Este operador determina al "inverso" del propagador gluónico $\tilde{D}^{-1}$ según la relación

$$\tilde{D}^{-1}_{ij}(p) = \tilde{D}^{-1}_{0}(p)_{ij} + \Pi_{ij}(p) \qquad (6)$$

donde

$$\tilde{D}^{-1}_{0}(p)_{ij} = \delta_{ij}p^2 - p_i p_j \qquad (7)$$

y $\tilde{D}^{-1}$ se relaciona con el propagador D según

$$\tilde{D}^{-1}_{ik}(p)D_{kj}(p) = \delta_{ij} - \frac{n_i p_j}{(n.p)} \qquad (8)$$

No es difícil comprobar que las ecuaciones truncadas (2) y (5) satisfacen las identidades de Ward

$$p_i\tilde{D}^{-1}_{ij}(p) = 0 \qquad (9)$$

$$p_i\Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = igf^{abc}\left[\tilde{D}^{-1}_{jk}(q) - \tilde{D}^{-1}_{jk}(r)\right] \qquad (10)$$

Estamos interesados en investigar si la hipótesis de que el vértice exacto satisface en la región infrarroja la identidad de Ward diferencial

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,-p,0) = - igf^{abc} \frac{\partial D^{-1}_{ij}(p)}{\partial p_k} \tag{11}$$

es correcta. Para ello consideraremos la ecuación (2) cuando en ella el momentum de uno de los gluones es cero. En este caso la cadena de ecuaciones para las funciones irreducibles de una partícula se puede cortar utilizando la identidad de Ward diferencial para el vértice de cuatro gluones

$$\Gamma(p,q,-p-q,0)^{dcfa}_{ijkm} = ig\left\{ f^{acb} \frac{\partial \Gamma(-p-q,p,q)^{fdb}_{kij}}{\partial q_m} + \right.$$

$$\left. + f^{adb} \frac{\partial \Gamma(-p-q,q,p)^{fcb}_{kji}}{\partial p_m} \right\} \tag{12}$$

Construyamos ahora el vértice infrarrojo completo (parte longitudinal más transversa) según la ecuación (2) utilizando en la parte derecha de esta ecuación una aproximación para el vértice (cuya forma explícita no nos interesa) que satisfaga la identidad de Ward diferencial (11). La forma del propagador gluónico tampoco la fijamos.

Obtenemos entonces de (2)

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,-p,0) = - igf^{abc} \left[2\delta_{ij}p_k - \delta_{ik}p_j - \delta_{jk}p_i \right] +$$

$$+ ig(N/2) f^{abc} \frac{\partial}{\partial p_k} \int \Gamma^0_{imn}(p,t,-p-t) D_{ms}(t) D_{nz}(p+t) \Gamma_{jsz}(-p,-t,t+p) -$$

$$- ig(N/4) f^{abc} \int D_{ms}(t) D_{nz}(p+t) \frac{\partial}{\partial t_k} \left[\Gamma^0_{imn}(p,t,-p-t) \Gamma_{jsz}(-p,-t,p+t) \right] \tag{13}$$

donde usamos la taquigrafía $\int \equiv \int d^{2w}t/(2\pi)^{2w}$ (al final de las manipulaciones haremos $w \to 3/2$) y hemos separado la estructura isotópica del vértice en la forma

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = f^{abc}\, \Gamma_{ijk}(p,q,r) \tag{14}$$

según se argumenta en /3/ que debe ser.

El último término en (13) es cero, pues integrando por partes y suponiendo cero los términos de superficie obtenemos de él

$$ig(N/4) f^{abc} \int \Gamma^0_{imn}(p,t,-p-t) \Gamma_{jsz}(-p,-t,p+t)\ X$$

$$\times \left[\left(\frac{\partial D_{ms}(t)}{\partial t_k} \right) D_{nz}(p+t) + D_{ms}(t) \left(\frac{\partial D_{nz}(p+t)}{\partial (p+t)_k} \right) \right] \tag{15}$$

y las dos integrales en (15) se cancelan, como se ve haciendo en la integral que tiene derivada respecto a t_k el cambio de variable e índices $t \to -t-p$, $m \leftrightarrow n$, $s \leftrightarrow z$.

Nos quedamos entonces en (13) sólo con los dos primeros términos, que satisfacen la relación (11) cuando $\tilde{D}^{-1}$ se toma según (6) con Π_{ij} dado por (5). Recordemos que el primer diagrama de (5) no depende del momentum externo, por lo que su derivada es cero.

Podemos concluir entonces que dentro del esquema no perturbativo de la técnica "gauge" el vértice exacto (longitudinal más transverso) satisface la identidad de Ward diferencial (11). Además, puesto que esto significa que para $\Gamma^{abc}_{ijk}(0,p,-p)$ se obtiene un resultado finito, se puede afirmar que las posibles singularidades cinemáticas del vértice se cancelan en la región en que un momentum tiende a cero.

Como caso particular del análisis aquí realizado se tiene que la relación (11) es satisfecha en la aproximación de un lazo, puesto que los vértices desnudos y propagadores libres satisfacen las relaciones (11) y (12). Este es un hecho ya conocido, gracias a los cálculos directos realizados en /4/. Estos resultados apoyan la consideración de (11) como una propiedad del vértice exacto. Puesto que en /5/ se demuestra que cumpliéndose lo anterior la masa magnética de los gluones, que está relacionada con $\Pi_{ij}(0)$, es cero dentro de la aproximación no perturbativa de un lazo dada por (5), concluímos que en la investigación de esta masa magnética es necesario pasar a la consideración de los diagramas superiores, teniendo en cuenta así la ecuación exacta para el operador de polarización.

BIBLIOGRAFÍA

1. Casado, E., y D.Oliva
   En este mismo volumen

2. Kalashnikov, O.K., V.V.Klimov y E.Casado
   Fortschr. Phys. *31* (1983) 613.

3. Smolyakov, N.V.
   Teoret y Matemat. Fizika *50* (1982) 344

4. Kalashnikov, O.K. y E.Casado
   Yad. Fiz. *40* (1984) 1297

5. Kalashnikov, O.K. y E.Casado
   Masa magnética de los gluones en QCD_3 (en vías de publicación).