

# Forma aparente de objetos que se mueven a alta velocidad.

Bárbara Garea y Alfredo Curbelo, Dpto. de Física, Universidad Central de Las Villas. B.M.Volotovski, FIAN, Moscú

## RESUMEN

---

En este trabajo se analiza la forma en que un observador verá una fuente luminosa capaz de moverse con velocidades próximas, e incluso mayores, que la velocidad de la luz en el vacío. Se demuestra que como resultado del valor finito de la velocidad de propagación de la luz, una fuente luminosa cuya forma vista por un observador que se encuentra en reposo con respecto a ella es una línea recta, cuando se encuentra en movimiento con respecto a él, será observada como alguna de las curvas cónicas así sea su velocidad relativa menor, igual o mayor que la velocidad de la luz. Igualmente se obtiene que la velocidad con que se observará el movimiento de la fuente luminosa, no coincide con la de su movimiento relativo.

## ABSTRACT

---

In this paper is analysed how an observer will see a luminous source capable of moving at speeds close to and beyond light's speed. It's demonstrated that as a result of the finite value of speed of light, a luminous source seen by an observer at rest as a straight line, will be seen by an observer in relative movement as conic curve depending on the relative speed of movement. It's also shown that the observer sees the luminous source moving to a speed different to that of their relative movement.

## INTRODUCCIÓN

---

Cuando se habla de la forma de los objetos se considera que la forma real y la imagen de estos, siempre coinciden, independientemente de que el objeto está o no en movimiento con respecto al observador.

Si esto se analiza detenidamente, vemos que la forma de la imagen está dada, por los fotones que llegan al observador en el mismo instante de tiempo, por tanto, si la distancia que hay desde el punto de observación hasta los puntos de la superficie del objeto es diferente, quiere decir, que estos fotones que llegan al observador simultáneamente, fueron emitidos en instantes de tiempo distintos. En el caso de que el cuerpo no se mueva con respecto al observador, esto no influye en la forma de la imagen observada, pero cuando el objeto se mueve rápidamente con respecto al punto de observación los fotones que forman la imagen en un momento dado, fueron emitidos a medida que el cuerpo ocupaba diferentes posiciones en el espacio. Esto trae como consecuencia que la forma real del objeto y la forma de la imagen sean diferentes (1,2,3).

Como esta dependencia está determinada por el espacio que el objeto logra recorrer en el tiempo, en que los fotones utilizan en ir de este al observador, este efecto puede despreciarse, cuando el objeto se mueve con velocidades mucho menores que la velocidad de la luz.

Es por esto, que el mismo se manifiesta en su mayor grado, cuando la velocidad del objeto es cercana a la velocidad de la luz e inclusive mayor que esta.

En este último caso se considera al objeto, como una fuente luminosa que se mueve con una velocidad mayor que la velocidad de la luz en el vacío. Este tipo de fuente luminosa se analiza en los trabajos (4-8). Indiscutiblemente que esto no está relacionado con los cuerpos materiales y el hecho de su existencia, no contradice los planteamientos de la Teoría Especial de la Relatividad. Uno de los ejemplos de este tipo de fuente luminosa más conocido es el punto luminoso de un proyector que gira con una velocidad  $W$  y que está muy alejado de la pantalla por la cual se mueve con una velocidad  $V=WR$  este punto luminoso. Este es el modelo por todos reconocidos para el análisis del movimiento de los pulsares (9,10).

## DESARROLLO

---

Pasemos a analizar el movimiento de este tipo de objeto, considerando que el mismo se encuentra tan alejado del observador, que se puede tomar que las líneas que lo unen a este son paralelas entre sí.

Introduzcamos un sistema de coordenadas cartesianas, de forma tal, que el objeto se mueva a lo largo del eje  $X$  con una velocidad  $V$  con respecto al observador. El instante de tiempo  $t=0$  se toma en el momento en que el objeto

pase por el centro de coordenadas, suponiendo que el mismo comienza a emitir en el instante  $t'_0$  cuando pasa por el punto  $x'_0$  (figura 1).

Las señales se reciben en el punto de observación después de un tiempo  $\tau$ , que evidentemente es, el tiempo de retardo de la señal.

La existencia del mismo, trae como consecuencia que el objeto en ese tiempo recorra un espacio igual, viéndolo entonces el observador en un lugar del espacio, en que en realidad no se encuentra.

Teniendo en cuenta lo planteado se obtuvo la relación que existe entre la posición real del objeto ( $x$ ) y la de su imagen ( $x'$ ), y que no es más que la relación entre el tiempo de visión y observación.

$$x' = \frac{x - \frac{v}{c}(L + x'_0 \cos \theta)}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (1)$$

Si el objeto se aleja del observador tendremos que:

$$x' = \frac{x - \frac{v}{c}(L + x'_0 \cos \theta)}{1 + \frac{v}{c} |\cos \theta|} \quad (2)$$

De las expresiones obtenidas, no se deriva ninguna limitante para la velocidad del objeto, y es por esto que para velocidades mayores que la velocidad de la luz, las mismas también se pueden aplicar.

Las particularidades del movimiento del objeto con velocidades mayores que la velocidad de la luz están dadas por lo siguiente:

Para realizar este análisis consideramos que el observador se encuentra en el centro del sistema de coordenadas. Al moverse el objeto más rápido que su imagen, el observador lo ve por primera vez cuando este llega a él. En los siguientes momentos, al observador llegan al mismo tiempo dos imágenes que se alejan de él.

Una de ellas corresponde al objeto, cuando este se movía hacia el observador, sólo que lo ve en sentido contrario al verdadero, y la otra corresponde al objeto, cuando este se alejaba del observador, recibéndola con retraso.

Las posiciones de estas imágenes se pueden encontrar a través de las expresiones (1) y (2) ya establecidas.

Estos resultados, que se han obtenido, pueden ilustrarse en el espacio-tiempo de Minkowski.

El punto de intercepción de la línea de universo del observador determina el momento en que son recibidos los fotones por este, los cuales fueron emitidos en el momento  $t'$ .

Como se muestra en las figuras 2 y 3, el momento de emisión y recepción de los fotones, sólo coincide cuando el objeto pasa por el observador, lo que nos dice de la existencia del tiempo de retardo.

Si el objeto se mueve con una velocidad menor que la velocidad de la luz, la línea del universo de este, estará dentro del cono de luz. Es por esto que el movimiento del mismo representa el movimiento de un cuerpo material. En este caso la línea de universo del observador se corta sólo una vez con la línea de universo de los fotones; lo que quiere decir que en cada instante de tiempo llega al observador una sola imagen, que es resultado de la ecuación obtenida.

Si la velocidad del objeto es mayor que la velocidad de la luz, la línea de universo del objeto se encuentra fuera del cono de luz y por tanto el movimiento del punto sólo puede ser analizado como el movimiento de una fuente luminosa a la cual ya nos referimos.

Aquí en cada punto de universo del observador, se cortan dos líneas de universo de los fotones, lo que quiere decir, que al observador llegan simultáneamente dos imágenes del punto, y esto coincide con los resultados antes obtenidos.

Hasta aquí, hemos demostrado que la velocidad finita de transmisión de la señal trae como consecuencia que el observador ve la imagen del objeto en un lugar en que en realidad este no se encuentra. Pero resulta, que por esta misma causa, la velocidad con que se mueve la imagen del objeto, no coincide con la velocidad de este.

Para demostrar este planteamiento, se introduce el vector desplazamiento de la imagen, el cual tiene su origen en el punto  $X'_0$ .

Utilizando la definición vector desplazamiento y la expresión 2, se obtiene que el módulo de este vector es

$$r = \frac{x - \frac{v}{c} (L + x'_0 \cos \theta)}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} - x'_0 \quad (3)$$

y que al derivar la misma para el tiempo de observación obtenemos la velocidad aparente del objeto la cual viene dada por

$$u = \frac{v}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (4)$$

Esta expresión nos dice, que la velocidad de la imagen no sólo depende de la velocidad con que se mueve el objeto, sino que depende también del ángulo que existe entre la dirección del movimiento y la de observación.

La dependencia entre velocidad del objeto y la de la imagen para diferentes ángulos  $\theta$ , está representada en la figura 4.

En la misma se ve que por un  $\theta = 90^\circ$ , la velocidad del objeto y de su imagen, con respecto al observador, coinciden. La velocidad con que se mueve esta, aumenta a medida que se va disminuyendo el ángulo  $\theta$ .

Cuando el objeto se mueve hacia el observador, a lo largo del eje x con

una velocidad menor que la velocidad de la luz, su velocidad aparente puede tomar valores desde 0 hasta infinito. En el caso de que se aleja, la imagen se alejará del observador con una velocidad que irá desde 0 hasta  $\infty$ .

Si la velocidad con que se mueve, el punto es mayor que la velocidad de la luz, a cada valor de  $V$  le corresponde dos valores de  $U$  de forma tal que una de las imágenes se mueve, alejándose del observador con una velocidad  $U < C$  en el sentido del movimiento del objeto y la otra se moverá en sentido contrario al movimiento del objeto, con una velocidad cuyo módulo es siempre mayor que  $c$ .

Y por último, tenemos el caso en que la velocidad del objeto es  $V=C$  la velocidad aparente del objeto que se acerca al observador es infinita. Esto se explica por el hecho de que si  $V=C$  todas las imágenes llegan a él en el mismo instante de tiempo,  $U = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$  y para  $\Delta t' = 0$ , cuando  $\Delta x' \neq 0$ ,  $U = \infty$

En los instantes de tiempo siguientes, el objeto se aleja del observador y su velocidad aparente será  $C/2$ .

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, se generalizó para el caso que la fuente luminosa fuese una línea recta obteniéndose que la forma aparente de la línea describe por la ecuación:

$$\frac{(x' - x_0)^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (5)$$

El cuadrado de los semiejes de la curva obtenida es:

$$a^2 = \left[ \frac{\beta(vt)}{1 - \beta^2} \right]^2, \quad b = \frac{(vt)^2}{1 - \beta^2} \quad (6)$$

y la posición del centro de la misma se determina por la relación:

$$x_0 = \frac{vt}{1 - \beta^2} \quad (7)$$

Como se ve de estas fórmulas, la relación que existe entre la velocidad del objeto y la velocidad de la luz, determina la forma geométrica de la imagen. Si  $V$  es menor que  $C$ , estamos en presencia de una hipérbola y para  $V$  mayor que  $C$ , de una elipse.

Del análisis de los parámetros  $a, b, x_0$ , se establece que a medida que transcurre el tiempo las formas de estas curvas varían. En el caso de la hipérbola, cuando la línea se acerca al observador, se aproxima cada vez más a sus asíntotas, tomando definitivamente la forma de estas, cuando pasa por el punto de observación, a medida que se aleja de esta, va recuperando su forma real (observe figura 5).

Cuando la línea se mueve con velocidad  $V$  mayor que  $C$ , el observador no ve esta hasta que la misma no llegue a él, en ese momento su imagen es un

punto, el cual, a medida que se aleja del observador toma la forma de una elipse que se ensancha con el tiempo (observe figura 6).

Partiendo de la relación entre los tiempos de emisión y recepción de la señal para todos los puntos de la línea, se obtuvo, que la imagen de esta será una parábola si la velocidad con que se mueve es igual a la velocidad de la luz. Siendo precisamente la línea, la directriz de la parábola.

La forma de la parábola también cambia con el tiempo. La primera imagen de la línea que se ve en este caso, es la del punto de intersección de esta con el eje x, cuando la línea llega a él. En este mismo momento simultáneamente ve la imagen de ese punto en todos los instantes anteriores, por lo que la forma aparente será una línea a lo largo de los X negativos. A medida que la línea se aleja del observador las ramas de la parábola se van alejando del eje X<sub>0</sub>. (observe figura 7).

La forma de la imagen también depende de cuanto menor o mayor sea la velocidad de la línea con respecto a C. Esto trae como consecuencia que para una misma posición de la línea, si su velocidad es diferente, es diferente la forma de la curva obtenida.

Lo que aquí se plantea se demuestra para el caso de la hipérbola, a través de la expresión de la tangente del ángulo que forman las asíntotas con el eje de las coordenadas (observe figura 8).

$$\tan \varphi = \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} \quad (8)$$

Para la elipse, utilizando la expresión de la excentricidad,  $\epsilon = \frac{1}{\beta}$ , vemos que a medida que aumenta el valor de la velocidad con que se mueve la línea, el valor de  $\varphi$  tiende a cero, lo que quiere decir que esta va tomando forma circular.

## CONCLUSIONES

---

Por haber sido de gran interés en los últimos tiempos, el estudio de fuentes de luz que se mueven con velocidades superlumínicas y de existir las posibilidades reales de realizarlas, desarrollamos este trabajo, en el que se demuestra que la forma aparente y la velocidad de sus imágenes no coincide con la real, hecho este que es necesario tener en cuenta en los efectos relacionados con estas fuentes luminosas. (11)

Los mismos tienen aplicación en la Acústica y en la Astrofísica.

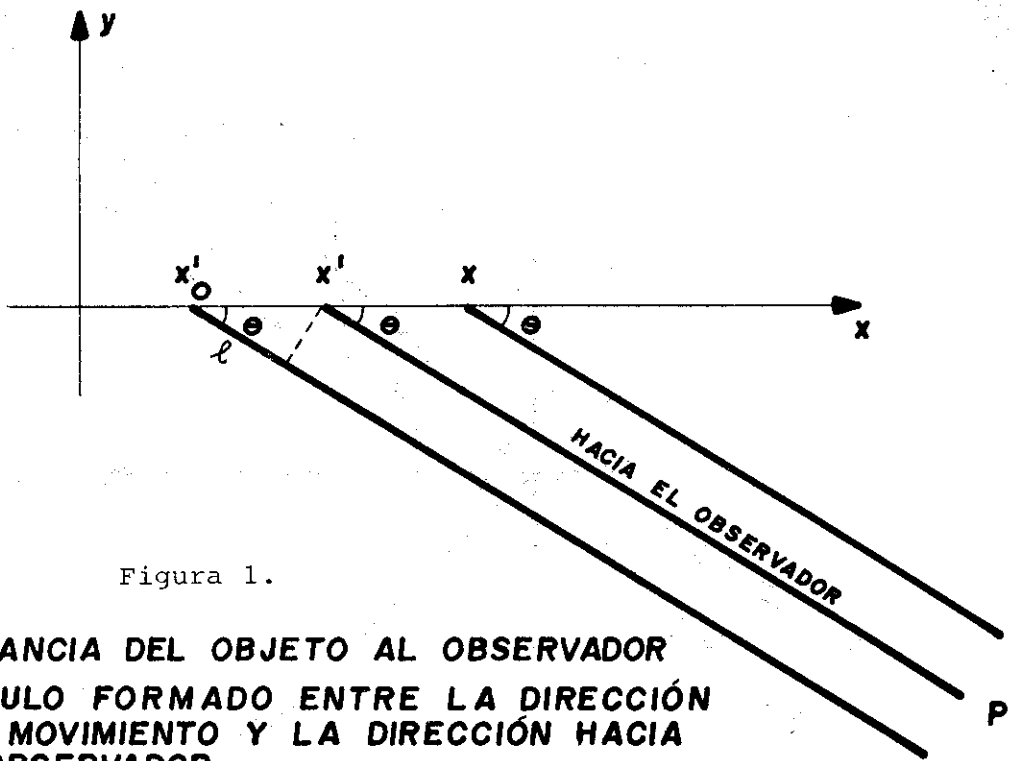


Figura 1.

$L$  - DISTANCIA DEL OBJETO AL OBSERVADOR  
 $\theta$  - ÁNGULO FORMADO ENTRE LA DIRECCIÓN DEL MOVIMIENTO Y LA DIRECCIÓN HACIA EL OBSERVADOR.

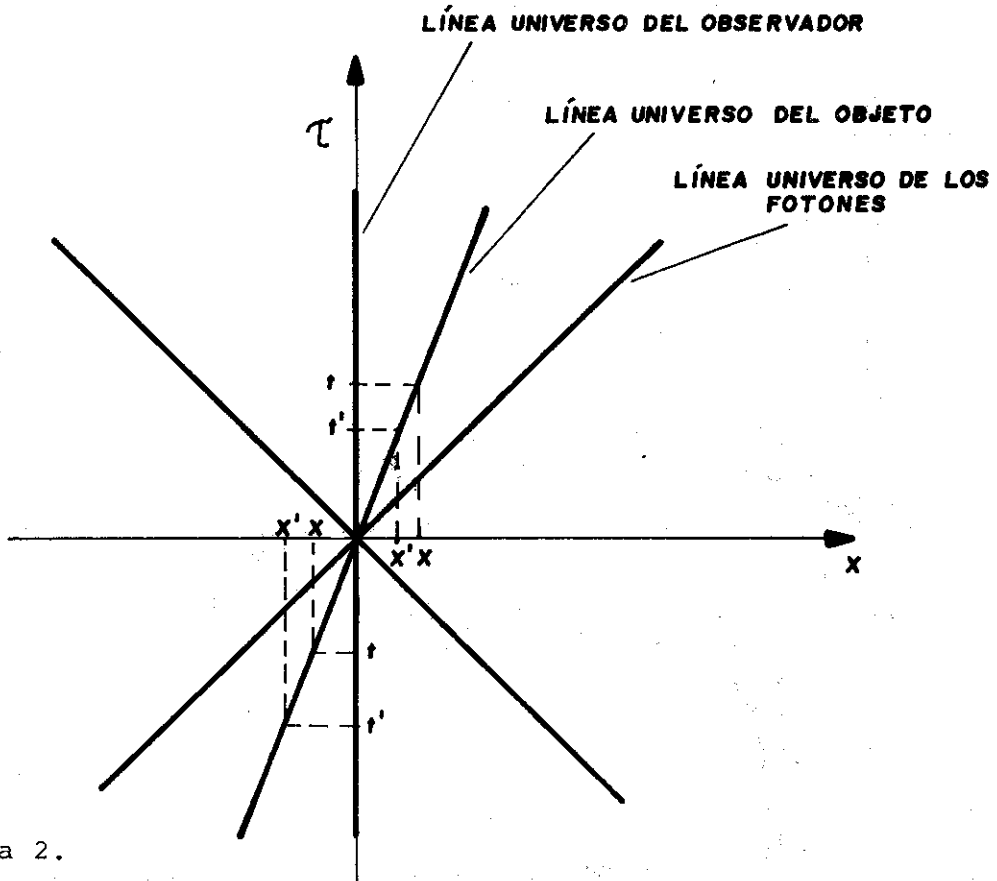


Figura 2.

ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DE UN OBJETO PUNTUAL LUMINOSO QUE SE MUEVE CON  $v < c$  EN EL UNIVERSO DE MINKOWSKI.

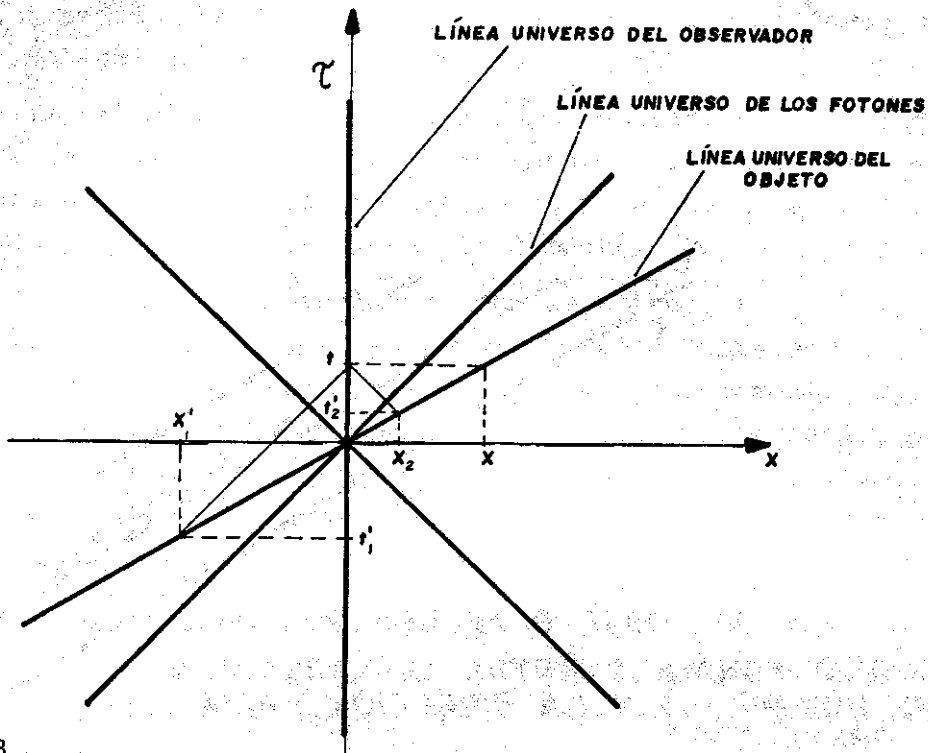


Figura 3.

ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DE UN OBJETO PUNTUAL LUMINOSO QUE SE MUEVE CON  $v > c$  EN EL UNIVERSO DE MINKOWSKI

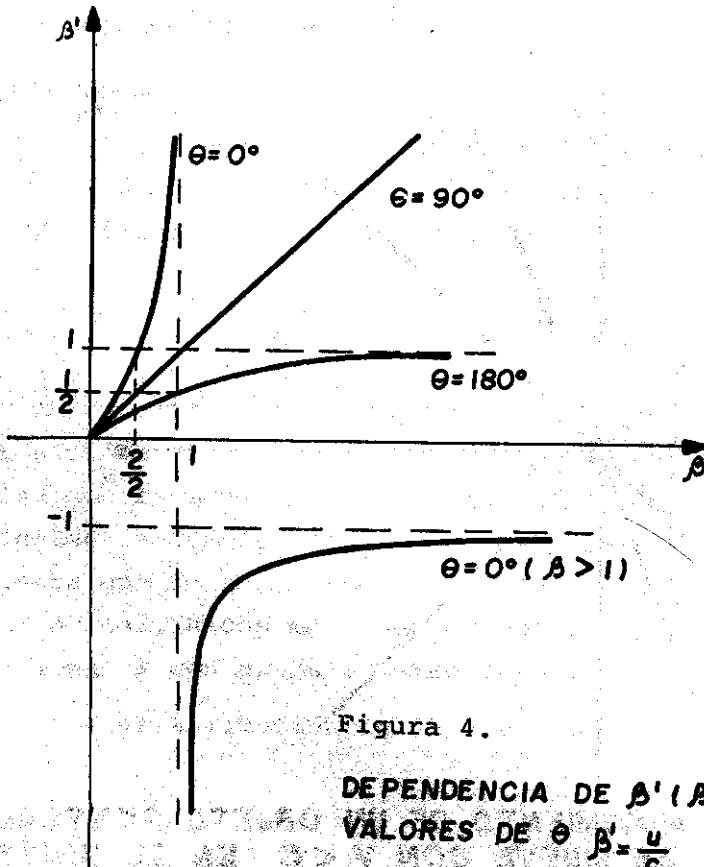
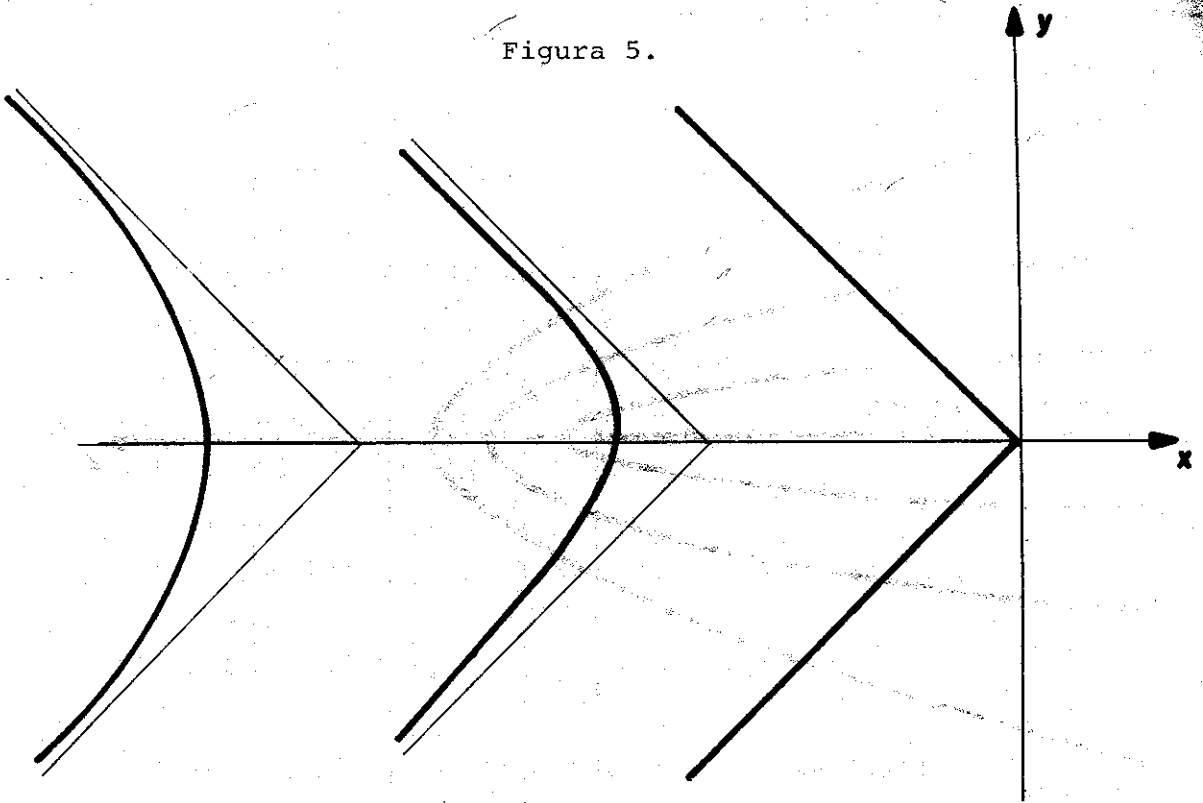


Figura 4.

DEPENDENCIA DE  $\beta'$  ( $\beta$ ) PARA DIFERENTES VALORES DE  $\theta$   $\beta' = \frac{u}{c}$  Y  $\beta = \frac{v}{c}$

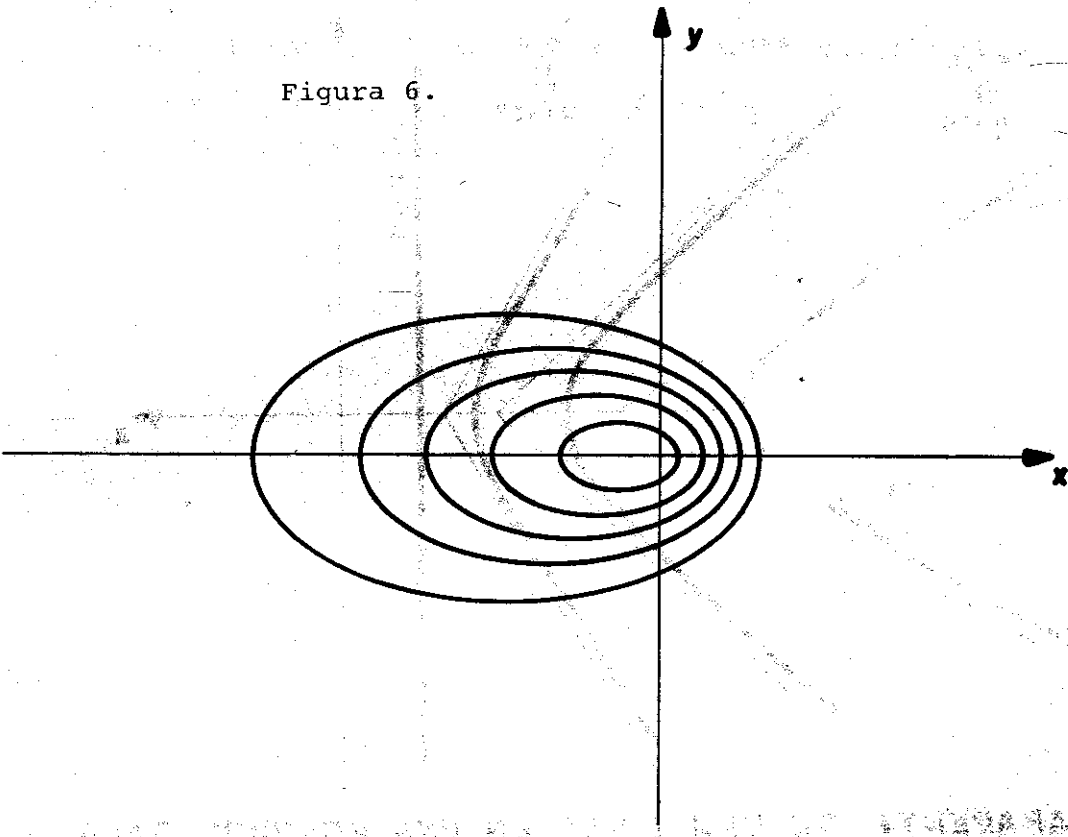


Figura 5.



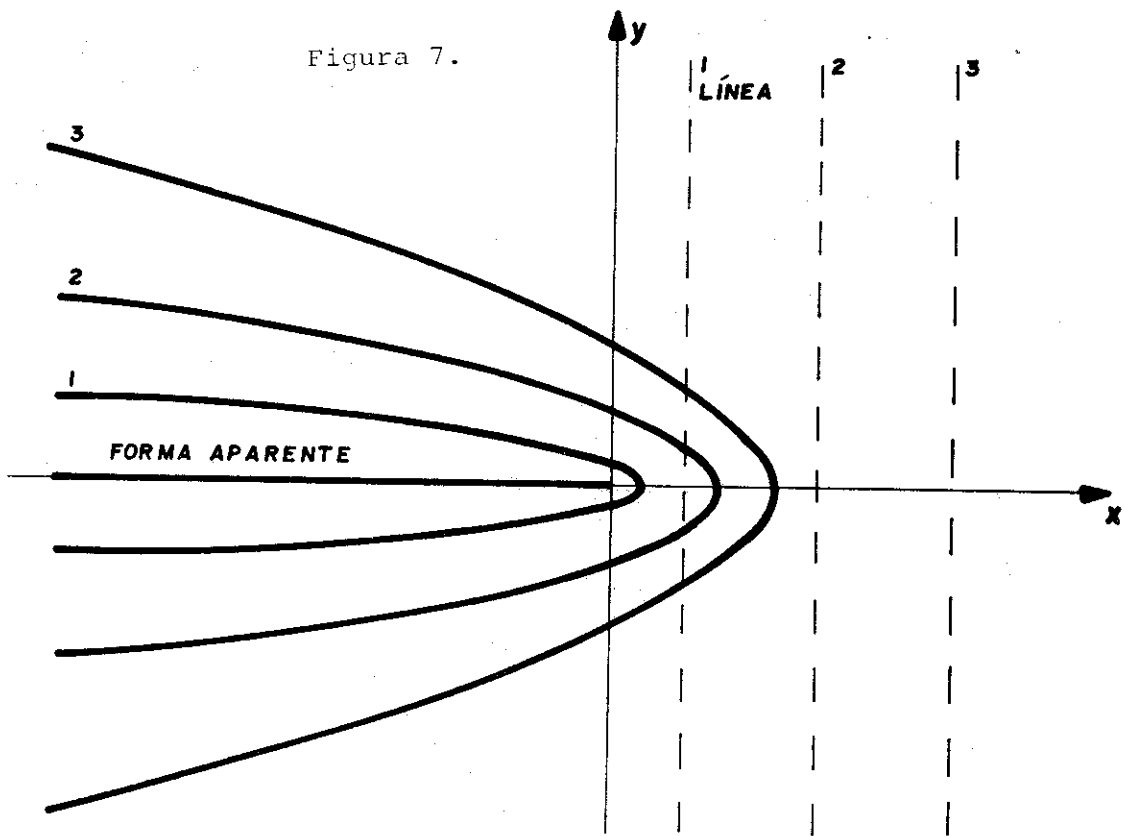
DEPENDENCIA DE LA FORMA DE LA HIPÉRBOLA DEL TIEMPO

Figura 6.



DEPENDENCIA DE LA FORMA DE LA ELIPSE DEL TIEMPO.

Figura 7.



DEPENDENCIA DE LA FORMA DE LA PARÁBOLA DEL TIEMPO.

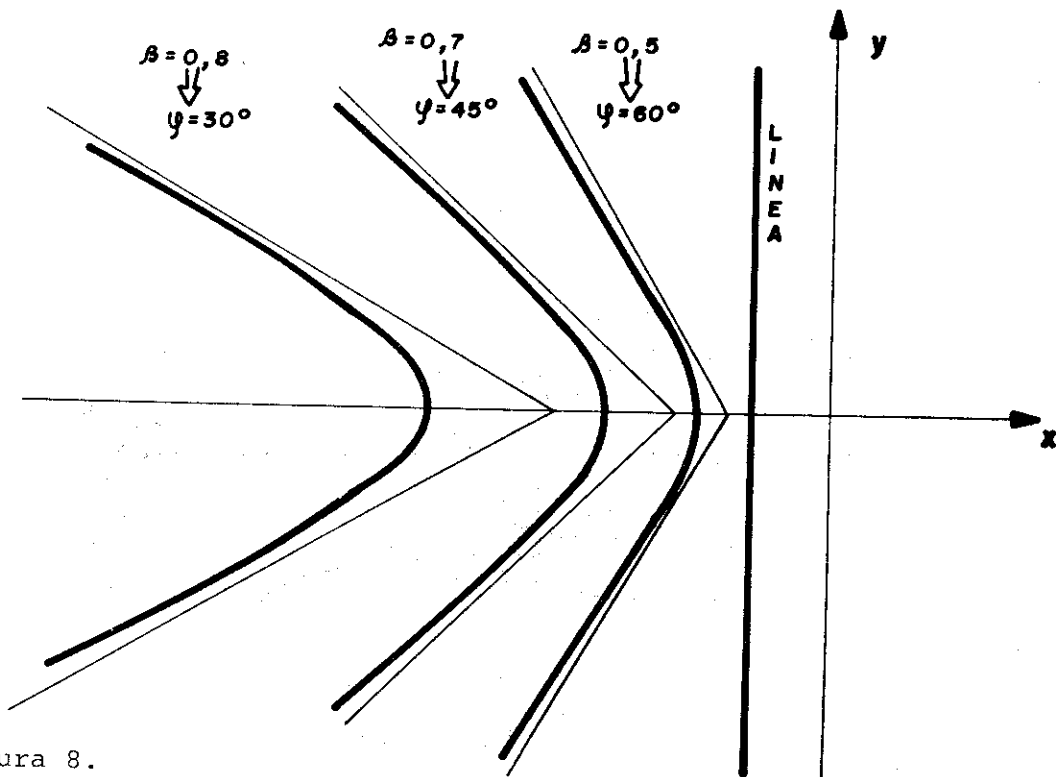


Figura 8.

FORMA APARENTE DE UNA LÍNEA EN UNA POSICIÓN DADA PARA DIFERENTES VALORES DE  $V/C$ , CUANDO  $V < C$

## BIBLIOGRAFÍA

---

1. Diunge, Sviet, sfotografirobanni na letu, U.F.N. 108, (1973).
2. Ferrell, J.  
Invisibility of the Lorentz Contraction. Phys. Rev. 116, 1041 (1972).
3. Gron, O.  
Lettere al Nuovo Cimento. XXIII No. 31619/78.
4. Ginzburg, V.L.  
Z.E.T.F. 62, 173 (1972).
5. Bolotovskii, V.M., V.L.Ginzburg  
U.F.N. 106,577 (1972).
6. Bolotovskii, V.M.  
Cratkie soobchenie po fizike. FIAN. SSR 6 (1972).
7. Faingold, M.U.  
Einsteinovski sbornik, 1974 Nauka (1976).
8. Ugarov, B.A.  
Spetsialnaia Teoria Otnocitelnosti. Nauka (1974).
9. Cavaliere, A., P.Morrison, L.Sortori  
Science. 173, 625 (1971).
10. Ginzburg, V.L.  
Teoriticheskaya Física y Astrofísica. Nauka (1975).
11. Bolotovskii, V.M., V.L.Ginzburg  
Einsteinovski sbornik 1972 Nauka (1973).