

# Resolución de la ecuación de Laplace y su aplicación a diferentes asignaturas de Física

Rafael Mut, Luis Grave de Peralta, Carlos Amador, Arquímedes Ruiz y Guillermo Puente  
Facultad de Física Matemática, Universidad de Oriente  
(A. Ruiz y G. Puente, pertenecen al Grupo Nacional de Lluvia Provocada, de la Academia de Ciencias de Cuba).

## RESUMEN

---

Se propone un conjunto de programas que resuelven la ecuación de Laplace para diferentes sistemas cerrados de simetría cilíndrica y se discute su posible aplicación en diferentes asignaturas de Física.

## INTRODUCCIÓN

---

En la investigación científica actual el empleo de las técnicas automatizadas de cómputo son cada vez más necesarias, fundamentalmente para el físico, lo que exige de los especialistas no sólo el conocimiento de la programación y los diferentes lenguajes sino también el dominio de los métodos numéricos que le permiten hacer de las máquinas computadoras instrumentos realmente efectivos, es entonces importante tener en cuenta todo lo anterior en la formación de los nuevos especialistas de manera que al término de sus estudios hayan adquirido los hábitos y habilidades necesarios en estas materias, tarea que no es atributo de algunas asignaturas en específico, sino de todas.

Con el fin de contribuir a esta tarea especialmente en la especialidad de Física, en el presente trabajo se pone un conjunto de programas que so-

lucionan la ecuación de Laplace en sistemas cerrados de simetría cilíndrica y permiten la ilustración y entrenamiento de los estudiantes y que pueden ser utilizados tanto en clases prácticas y laboratorios de algunas asignaturas como Electromagnetismo, Electrodinámica y Métodos Matemáticos de la Física, etcétera.

Los programas se desarrollaron en lenguaje BASIC para ser utilizados en microcomputadoras como la NEC-9801F.

## DESARROLLO

La ecuación de Laplace planteada para un sistema de simetría cilíndrica queda reducida en coordenadas cartesianas a dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

El método de solución conociendo el valor de  $V$  en las fronteras de la región de estudio, consiste en hacer una red en dicha región (figura 1) y calcular sólo  $V$  en los nodos /1/. La expresión (1) en incrementos finitos para el punto 0 de la figura 1 será:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - 4V_0 = R \quad (2)$$

Donde el resto  $R$  caracteriza la diferencia entre la ecuación exacta y su expresión aproximada.

La solución de la tarea planteada puede obtenerse por el método de relación /1/ y puede acelerarse su convergencia usando la extrapolación de Liebmann /1/. Se utilizó el segundo método consistente en ir calculando (2) en cada nodo y sustituir el valor de  $V$  por:

$$V'_0 = V_0 + \frac{\alpha R}{4} \quad (3)$$

donde

$$1 \leq \alpha < 2$$

El proceso se reitera hasta que el valor de  $R$  en todos los nodos sea menor que un valor prefijado ( $R_{m\acute{a}x}$ ).

El planteamiento físico del problema consiste en el cálculo del potencial entre dos conductores coaxiales que se encuentran a diferente potencial. El conductor exterior se toma siempre de sección cuadrada, por facilidad en la asignación de los valores de frontera y la sección del interior puede ser de cualquier geometría. La elección de esta última permite hacer los cálculos en un solo cuadrante.

Todos los programas están estructurados según el diagrama de bloque de la figura 2 y cada uno de ellos puede ser llamado a partir de un programa principal.

El primer bloque está destinado a la información para el uso del programa y al planteamiento del problema físico específico mientras que el segundo permite, interactuando con el estudiante, introducir todos los parámetros a utilizar como la cantidad de nodos del retículo, dimensiones del conductor interior, potenciales de ambos,  $R_{\max}$ , etcétera.

El bloque de cálculo, además de contener la evaluación de (2) y (3), en una representación gráfica de sistemas físicos en el display indica el punto donde se está calculando, con lo cual se logra una imagen gráfica del trabajo.

La impresión de los resultados se realiza acorde con la representación gráfica tratando que la información sea fácil de interpretar, esto no es siempre posible, puesto que en ocasiones el número de puntos es considerable. En estos casos puede llamarse un programa que traza las equipotenciales /2/.

Con el mismo algoritmo y con la utilización del último programa citado también se resolvió la distribución del potencial de un condensador plano de placas paralelas en el cual puede estudiarse el efecto de dispersión en los bordes, pues es posible variar la separación de las placas.

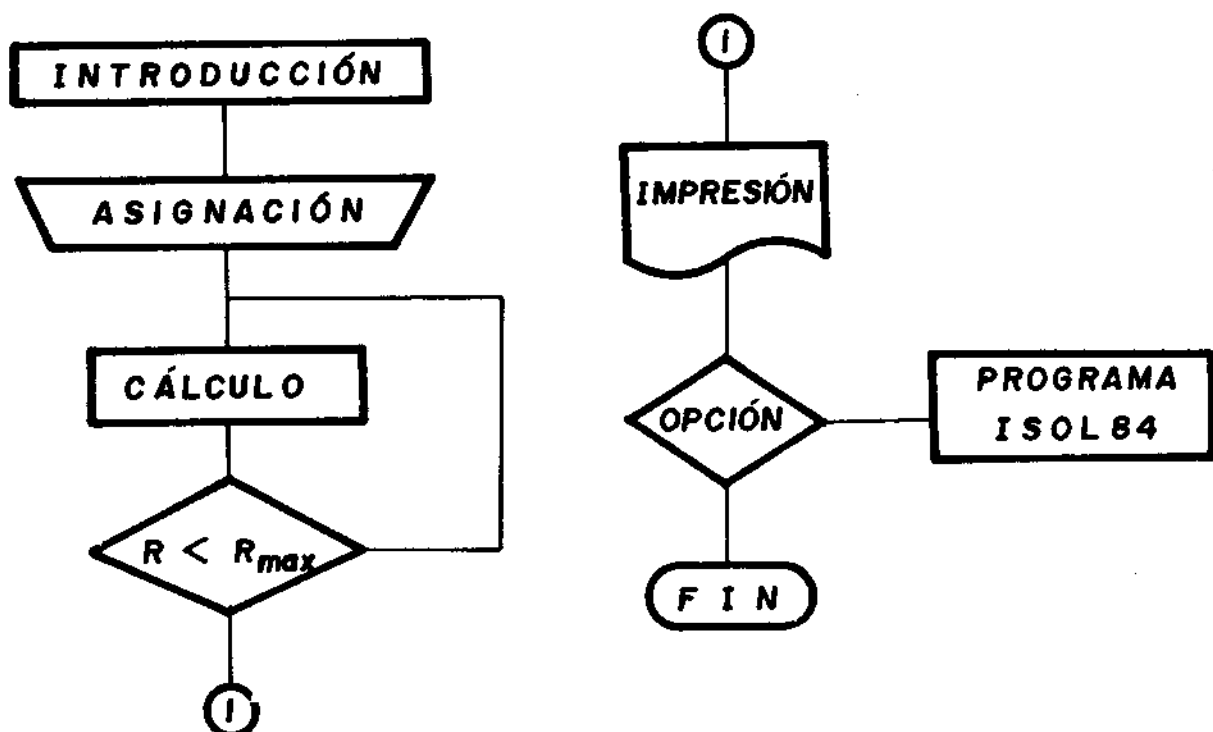


Fig.1

La utilización de estos programas permite adiestrar a los estudiantes de asignaturas como Electromagnetismo y Electrodinámica en el cálculo del potencial a través de la ecuación de Laplace y a partir de sus resultados en el trazado de equipotenciales y en el cálculo por métodos aproximados del vector intensidad del campo eléctrico, su flujo, la capacidad de sistema así como comprobar resultados experimentales de laboratorio, v.gr. los obtenidos en la modelación del campo electrostático en una cuba electrolítica.

## CONCLUSIONES

---

Se propone un sistema de programas que resolviendo la ecuación de Laplace calcula la distribución de potencial en diferentes sistemas conductores y que pueden utilizarse en diferentes asignaturas de Física y contribuyen a la introducción y adiestramiento de los estudiantes en las técnicas de cálculo a través de métodos aproximados.

## BIBLIOGRAFÍA

---

1. McCracken, D.D.

Métodos numéricos y programación FORTRAN. I.C.L. 1971.

2. Grave de Peralta, J.

Sistema "ISOL-84", Empresa de Geología, Stgo. de Cuba.