REVISTA CUBANA DE FÍSICA Vol. VIII, No. 3, 1988

Simulación sencilla de un proceso nuclear con fines docentes en un IRIS-10

M. Betancourt Loyola, M.A.Medina y L.M.Méndez, Facultad Físico-Matemática, Universidad de Oriente

RESUMEN

Los procesos nucleares, en particular los de interacción de la radiación gamma con la sustancia, son procesos de carácter aleatorio y por ello pueden ser simulados con relativa facilidad en las máquinas computadoras a partir de una función generadora de números seudoaleatorios. En este trabajo, con el objetivo de articular armónicamente la necesidad de que los estudiantes se familiaricen con el carácter aleatorio de los procesos nucleares y a su vez con el empleo de las técnicas de computación en el cálculo de magnitudes físicas, se propone un código sencillo para una minicomputadora IRIS-10 que simula la atenuación de un haz de cuantos gamma que atraviesa una lámina de un material dado. Como base de este código se toma una función generadora de números seudoaleatorios del tipo: $X_{n+1} = (aX_n + C) \mod m$, la cual a partir de criterios generales que ellas deben satisfacer y de pruebas estadísticas se le determinan su período y aleatoridad. El código propuesto puede ser usado en trabajos de control extraclases y básicamente como cálculo teórico para los trabajos de laboratorios en los que el estudiante los puede corroborar por vía experimental.

ABSTRACT

Nuclear processes, in particular those of gamma radiation interaction with matter, are of random nature and therefor may be simulated with relative ease in computers with the help of a pseudorandom numbers generator. The object of this work is to articulate harmoniously the necessity for students to be familiarized with the random nature of nuclear processes as well as with the employ of computational techniques in the calculation of physical magnitudes. In this sense a simple code for a minicomputer IRIS-10 is proposed, simulating the attenuation of a paralell gamma ray beam in passing through a slab of a given material.

The pseudorandom numbers gegerator in question is of the form $X_{n+1} = (aX_n+C) \mod m$, satisfying some criteria from which its period and randomness are determined. The code can be used in homeworks and basicaly in theoretical calculations in laboratory works wherein those can be compared with experimental results.

I N T R O D U C C I Ó N

Entre los fenómenos naturales, por su esencia los fenómenos y procesos nucleares se caracterizan por tener un carácter aleatorio, entre ellos, el proceso del paso de la radiación gamma por la sustancia. Tales procesos por ende pueden ser simulados o modelados matemáticamente en las máquinas computadoras con relativa facilidad, realizándose los así llamados *experimentos teóricos* por el método de Monte-Carlo.

El método de Monte-Carlo como es conocido /1/, es un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias, y cuyo empleo /2/ es ventajoso con una relación óptima entre el tiempo de máquina y la exactitud en la correspondencia entre los resultados del cálculo y los experimentales. Esta relación se alcanza usando aproximaciones e idealizaciones al analizar los procesos de interacción de los cuantos gamma con la sustancia.

Por otra parte /3/. En la actualidad por el amplio uso de las técnicas de computación en las ciencias físicas, se tratan a estas como una técnica experimental, por lo que es deseable introducir a los estudiantes en el uso de las computadoras digitales desde los primeros niveles. También en la resolución del VIII pleno del CC del PCC se plantea como una necesidad de primer orden en la educación superior, que los estudiantes en sus actividades del proceso de enseñanza se familiaricen y desarrollen habilidades en el empleo de las técnicas de computación.

En el presente trabajo con el objetivo de articular armónicamente la necesidad de que los estudiantes se familiaricen con el carácter aleatorio de los procesos nucleares y a su vez con el empleo de las técnicas de computación en el cálculo de magnitudes físicas, en la simulación de procesos físicos se propone un código sencillo para una minicomputadora IRIS-10 que simula la atenuación de un haz de cuantos gamma que atraviesa una lámina de un material dado. Dándose ejemplos de su aplicación en las actividades del proceso docente.

II. CARACTERÍSTICAS Y ALGORITMO DEL GENERADOR DE NÚMEROS SEUDOALEATORIOS

El contenido fundamental del método de Monte-Carlo es la simulación de variables aleatorias (procesos), por lo que es necesario de alguna u otra forma la obtención de estas variables aleatorias en las máquinas computadoras. En la práctica /4/ lo más factible es obtener las variables aleatorias por medio de un cierto algoritmo. Los números así obtenidos se denominan seudoaleatorios, los cuales deben distribuirse uniformemente entre [0, 1].

En la mayoría de los casos /4-6/ la obtención de una serie de números seudoaleatorios distribuidos uniformemente se realiza mediante la relación recurrente lineal:

$$X_{n+1} = (aX_n + C)\bmod m \qquad (1)$$

donde X_n - es el término n-ésimo de la serie

y X_{n+1} - el término siguiente de la serie

a, c, m - constantes positivas tales que $a \geq 0$, $C \geq 0$, $m > a$ $m > C$, $m > X_0$, $X_0 \geq 0$; X_0 es el primer número de la serie.

Las constantes a, C, y m deben escogerse de forma que:

(a) El período de la serie sea el mayor posible para la máquina computadora dada.

(b) En el período no debe repetirse ningún número.

(c) El residuo de X debe obtenerse de la forma más simple posible.

(d) El coeficiente de correlación de la serie debe ser próximo a cero.

En la serie recurrente lineal tipo (1) usada para la IRIS-10 en base a lo anterior se partió de:

1- El período no puede ser mayor que "m" y también para obtener el residuo de forma sencilla se tomó "m" 2^{15} = 32768 capacidad de memoria de la máquina.

2- Para obtener un coeficiente de correlación de la serie próximo a cero a se toma partiendo de:

$\sqrt{m} < a < m - \sqrt{m}$, escogiendo el valor a = 191

3- Por simplicidad se toma C= 1, convirtiéndose la serie en una del tipo multiplicativa.

Esta serie genera un número seudoaleatorio en $1,56.10^{-2}$s y su período es mayor a 2000 números.

III. MODELACIÓN Y ALGORITMO DE PASO DE LA RADIACIÓN GAMMA POR UNA LÁMINA

Para el algoritmo propuesto se plantea la variante más sencilla del paso de la radiación gamma por una lámina, considerándose: un haz colimado (estrecho y paralelo) de cuantos gamma de energía E, incidiendo sobre una lámina uniforme de un solo material y de espesor d, situada a lo largo del eje de un sistema coordenado, fig.1.

Para las energías consideradas los cuantos gamma interaccionan fundamentalmente por efecto fotoeléctrico, absorbiéndose, o por efecto Compton (E menor a 1.02 Mev), dispersándose, los que se caracterizan por los coeficientes de absorción y dispersión respectivos $\tau(E)$ y $\sigma(E)$, reflejando estos la probabilidad de uno u otro efecto, de forma tal que la probabilidad de interacción se caracteriza por el coeficiente de atenuación total $\mu(E)$

$$\mu(E) = \tau(E) + \sigma(E) \qquad (2)$$

Estos procesos tienen lugar en los choques con los electrones. Un cuanto después de penetrar en la lámina y recorrer una distancia l_0, puede interactuar por uno u otro efecto y no atravesarla por ser $l_0 < d$; también puede suceder que recorra una distancia $l_0 > d$ sin interactuar y por tanto atraviesa la lámina. La distancia l_0 a recorrer por el cuanto es una variable aleatoria, relacionada con su recorrido libre medio $(1/\mu(E))$, lo que se puede expresar por:

$$l_0 = -\frac{1}{\mu(E)} \ln R_1 \qquad (3)$$

donde R_1 es un número seudoaleatorio uniformemente distribuido entre 0 y 1.

La determinación del tipo de proceso por el cual interactuó un cuanto se realiza comparando la probabilidad relativa de los efectos mencionados con un número seudoaleatorio. Por ejemplo, después de averiguar si el cuanto interactuó o no, y si la respuesta es afirmativa, para averiguar si la interacción fue por efecto fotoeléctrico se plantea la relación:

$$R_2 \leq \frac{\tau(E)}{\mu(E)} \qquad (4)$$

R_2 - número seudoaleatorio. De cumplirse (4), el efecto de interacción fue el fotoeléctrico.

De tal forma se sigue la historia de un cuanto, repitiéndola N veces con diferentes números aleatorios.

Sobre la base de este modelo se confeccionó un algoritmo que permite calcular el coeficiente de transmisión (CT) de los cuantos de energía E por una lámina de espesor d (relación de cuantos que la atraviesan con los que inciden).

El programa confeccionado consta de una subrutina RANDU(R) que calcula la serie de números seudoaleatorios distribuidos uniformemente entre 0 y 1 dada en el punto II y un programa principal que se da en la tabla 1. El mismo permite calcular simultáneamente el CT para dos materiales dados, caracterizados por sus coeficientes de atenuación total CA y siete espesores D, de sus láminas par un número de N historias. También calcula la eficiencia EFE (relación de cuantos que no atraviesan la lámina con los que inciden).

IV. RESULTADOS

Con el algoritmo dado en el punto III se calculan los coeficientes de transmisión de cuantos gamma de energía E= 660 Kev del C_s^{137} para el Al (μ= 0,075 cm^2/g) y para el Pb (μ= 0,107 cm^2/g) para láminas de espesores entre 0,1-13,6 g/cm^2, cuyas dependencias se muestran en la fig.2 para un número de historias N = 1000. En la misma figura para la curva del Pb(2) se muestran los resultados experimentales, obtenidos con la instalación que usan los estudiantes en el laboratorio y cuyo esquema se muestra en la fig. 3.

Los resultados experimentales son superiores a los calculados hasta en un 5%, el que corresponde espesor más pequeño. Esto se debe a efectos de colimación incompleta al realizar el experimento; lo que se puede corregir introduciendo un factor de corrección /7/ dado por:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\mu_c d} \ln\left(\frac{CT_e}{CT_c}\right) \quad (5)$$

que para el espesor d = 2,7 g/cm^2 es de 0,956 acorde a los límites dados para este efecto.

Este cálculo según el método de Monte-Carlo por ser un método de pruebas estadísticas, en esencia tiene implícito el error estadístico, el cual disminuye con el aumento del número de pruebas realizadas, o sea, con el aumento del número de historias realizadas de los cuantos gamma. Pero esto implica una cantidad mayor de cálculos y por ende un aumento del tiempo de máquina . Por ello es necesario encontrar un compromiso entre el número de historias a analizar y el error estadístico que se desee.

En la tabla 2 se dan los resultados obtenidos para diferentes espesores y números de historia y considerando la energía de los cuantos de 660 Kev. Los mismos son comparados con el cálculo mediante la expresión CT = $e^{-\mu d}$

En la fig. 4 se muestra un gráfico del error relativo respecto al valor de la última fila de la tabla 2 para el espesor de 5, 3 g/cm^2 con respecto al número de historias.

De dicha figura se ve que el error va disminuyendo con el aumento del número de historias, manteniéndose casi constante por debajo del 5%, a partir de 500 historias, para las cuales el tiempo de ejecución para dos materiales y siete espesores es de 9 min con 25 s . Los cálculos posteriores se hicieron con N = 1000 que consume un tiempo de 18 min con 43 s .

V. APLICACIONES DOCENTES

El código propuesto ejemplifica una de las variantes más simples de la aplicación de la simulación de variables aleatorias en la resolución de problemas físicos, con lo cual desde su surgimiento el método de Monte-Carlo ha estado íntimamente relacionado; que es el paso de las radiaciones, a través de las sustancias. Con el mismo se pueden desarrollar múltiples tareas en el proceso de enseñanza, tanto en las asignaturas de Física Nuclear como en las de Computación. En trabajos de control extraclase como en los trabajos de laboratorio; pudiendo ser algunas de las aplicaciones:

1. Para un material dado, como el Pb, que se determine en un trabajo de control extraclase la influencia del número de historias en el error estadístico, relativo al cálculo realizado mediante la ecuación.

   Esto permite que los estudiantes desde el punto de vista teórico profundicen con este *experimento teórico* en la importancia que tiene la realización de un alto número de mediciones en un experimento real y de hecho que observen, el compromiso que existe entre ese número de mediciones y el error estadístico que se introduce. Esto se puede conjugar con un trabajo de laboratorio posterior en que se obtengan una dependencia análoga del error estadístico con el aumento del tiempo de una medición y con el número de mediciones, en la determinación de la velocidad de conteo de un preparado radiactivo dado.

2. En la realización de un trabajo de determinación del coeficiente total de atenuación de cuantos gamma en un material desconocido, se puede por medio del código propuesto para el Pb, conocido su coeficiente de absorción, calcular su coeficiente de trasmisión y con los datos experimentales para dicho elemento, calcular el factor de corrección por colimación incompleta η y con este, luego de determinar experimentalmente el coeficiente de trasmisión del material desconocido; mediante la corrección se determina su coeficiente de atenuación.

   Esto permite que los estudiantes corroboren dentro del error experimental, la correspondencia entre los resultados calculados, y los experimentales, calcular coeficientes de corrección y desarrollar la intuición en este sentido.

3. En una tarea de cálculo del espesor de un material dado que permita el paso de una cantidad de cuantos dados, conocida la intensidad del haz incidente, mediante el gráfico de la fig. 2 obtenido por cálculo, se puede determinar el espesor deseado y posteriormente su comprobación experimental en el laboratorio.

4. En trabajos extraclase se pueden poner tareas que tengan que usar la eficiencia de registro (EFE) calculada por el programa, como por ejemplo para cristales de NaI(Tl), determinando también su dependencia con el espesor del cristal, acorde con problemas que se le planteen.

VI. CONCLUSIONES

El código presentado simula de forma satisfactoria el proceso más simple del paso de la radiación gamma a través de un material dado. Pudiendo ser por tanto, de fácil comprensión y utilización por los estudiantes en las actividades docentes de laboratorio y trabajos extraclase; coadyuvando al desarrollo de las habilidades en las técnicas de computación por parte de los estudiantes en la enseñanza superior.

El generador de números seudoaleatorios tomado como base para el código propuesto genera satisfactoriamente números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1 con una rapidez de $1,5 \times 10^{-2}$ s por número y su aleatoriedad queda corroborada por la correspondencia entre los valores experimentales y los calculados por el programa.

TABLA 1

```
CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN DE CUANTOS GAMMA POR
UNA LAMINA DE UNA SUSTANCIA DADA
SE CONSIDERA UN HAZ COLIMADO

SUBROUTINE RANDU(R)
   COMMON/VC1/ A,XN,C,XM,VK
   IF (VK-1.0) 1, 2, 3
 1 WRITE (06, 4)
 4 FORMAT (10X, 5HERROR, 2X, 2HEN, 2X, 6HRANDU)
   STOP
 3 A=131.0
   XN=1637.0
   C=1.0
   XM=32768.0
   VK=1.0
 2 XN1=A*XN+C
   XN=XN1/XM
```

```
      NX=IFIX(XN)
      XN=FLOAT(NX)
      XN=XN1-XN*XM
      R=XN/XM
      RETURN
      MAIN
      COMMON /VC1/ A, XN, C, XM, VK
      DIMENSION CA(2),D(10),CT(2,10),EFE(2, 10),NA(2, 10), NP(2, 10)
      READ  (05, 10)L1, L2
      READ  (05,8)(CA(I),I=1,L1)
      READ  (05,9)(D(K), K=1,L2)
      DO 6 I=1, L1
      DO 7 K=1, L2
      VK=2.0
      N=1000.0
      NA(I,K)=0
      NP(I,K)=0
      DO 5 J=1,N
      CALL RANDU(R)
      R1=R
      ELO=-ALOG(R1)/CA(I)
      IF(ELO-D(K)) 15,15,16
   15 NA(I,K)=NA(I,K)+1
      GO TO 5
   16 NP(I,KK)=NP(I,K)+1
    5 CONTINUE
      EFE(I,K)=FLOAT(NA(I,K))/FLOAT(N)
      CT(I,K)=FLOAT(NP(I,K))/FLOAT(N)
    7 CONTINUE
    6 CONTINUE
      WRITE(0620)((EFE(I,K),I=1,L1),K=1,L2)
      WRITE(06,20)((CT(I,K),I=1,L1),K=1,L2)
   10 FORMAT(2I6)
    8 FORMAT(2F10.3)
    9 FORMAT(7F10.3)
   20 FORMAT(7F10.3)
      STOP
      END
```

TABLA 2

d g/cm^2	1,8	2,7	3,4	5,3	7,1	10,8	13,6
N=100	0,869	0,789	0,759	0,669	0,559	0,419	0,309
N=800	0,836	0,771	0,716	0,591	0,471	0,332	0,227
$e^{-\mu d}$	0,825	0,749	0,695	0,567	0,468	0,375	0,233

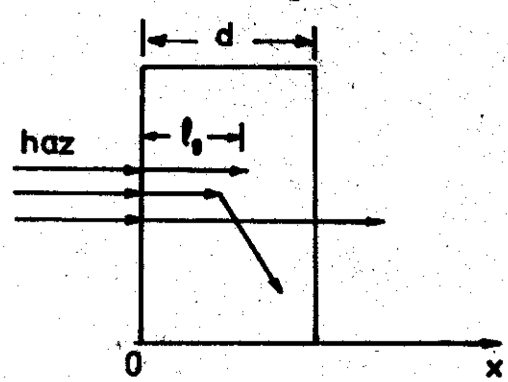

Figura 1. Geometría empleada para la simulación del paso de la radiación gamma por la sustancia.

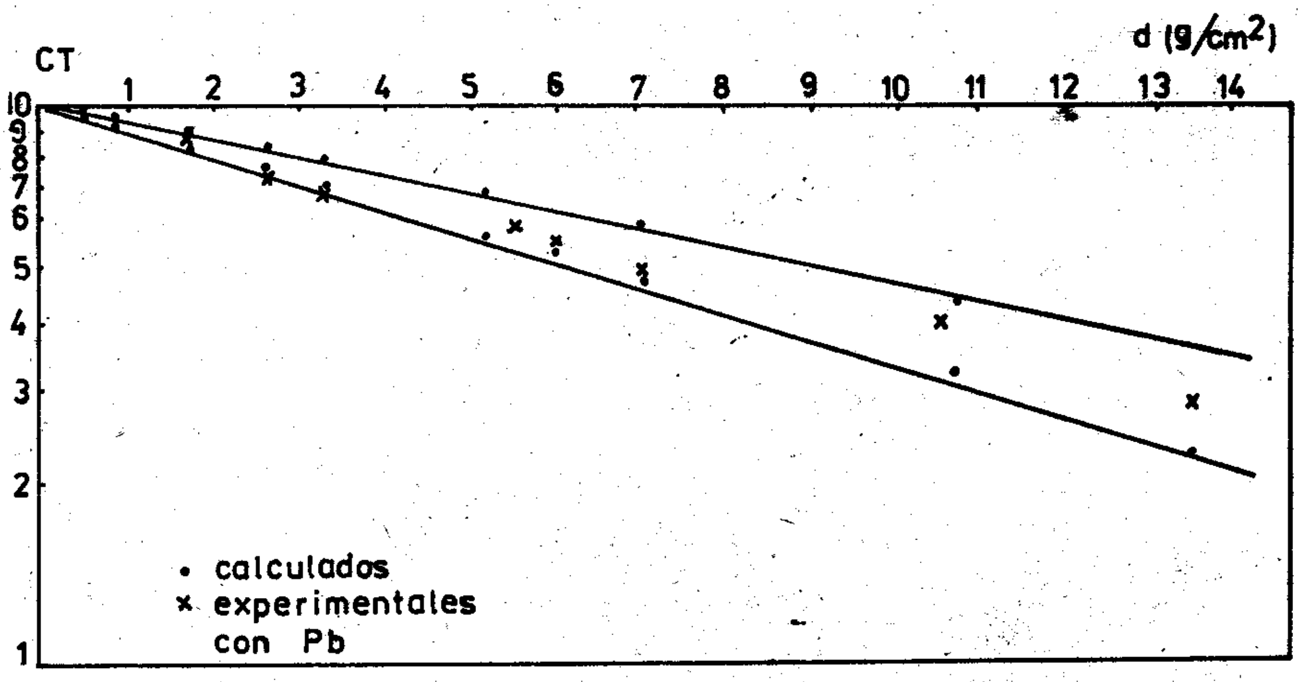

Figura 2. Dependencia del coeficiente de transmisión CT del espesor para el Al y el Pb calculados por el método de Monte-Carlo.

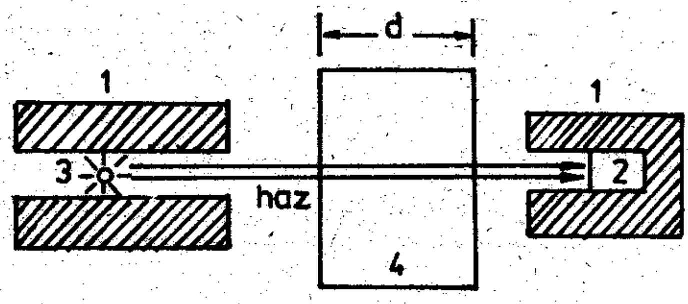

Figura 3. Instalación experimental 1-colimador.2-detector 3-fuente.4-láminas.

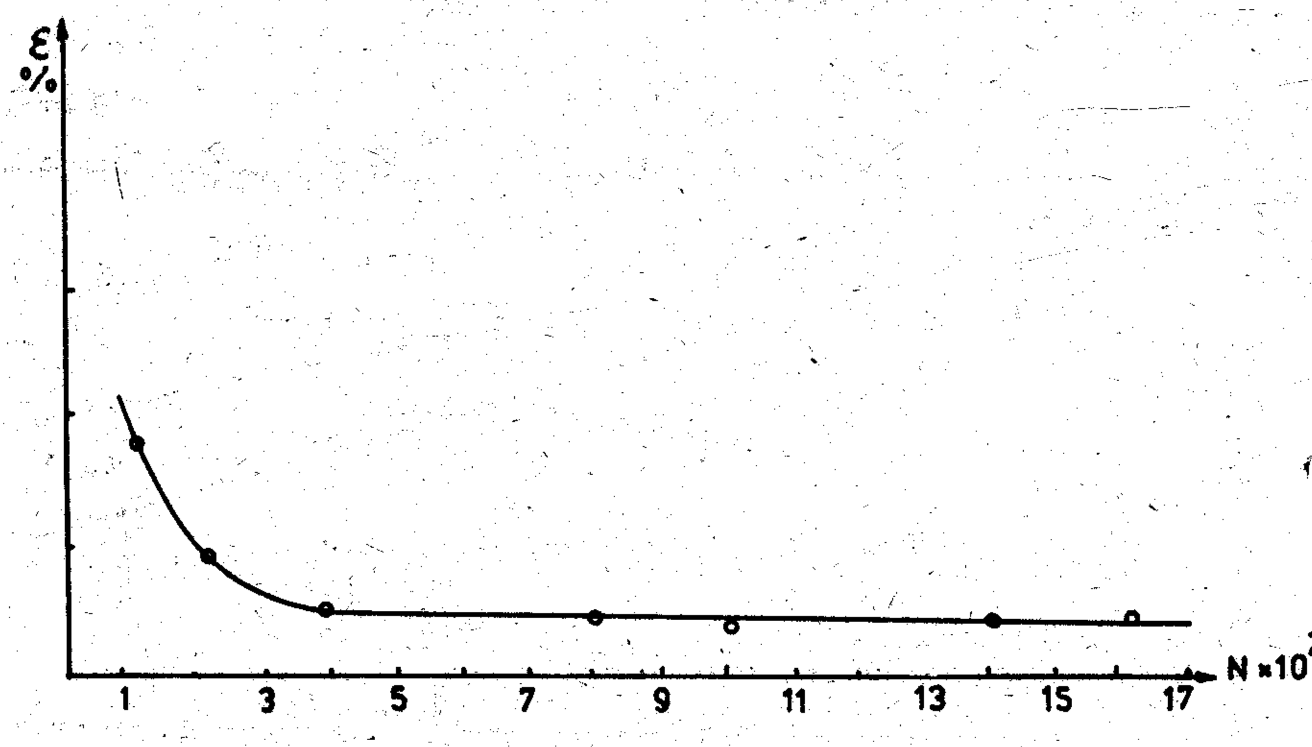

Figura 4. Dependencia del error relativo del número de historias N.

/1/ Sobol, I. M.
Método de Monte-Carlo, Mir, Moscú, 1976

/2/ Beliaev, V. N.; V. V. Vinogradov; V. P. Komlev; B. V. Sobolev y Yu. V. Funtikov
ITEF-113, Moscú 1980 (en ruso).

/3/ Dowd, J.
Am. Jour. Phys. Vol. 45(1978)63

/4/ Ermakov, S. M.
Método de Monte-Carlo y problemas referentes. Nauka, Moscú 1976, p. 46-47 (en ruso).

/5/ Sharmova, T. A. and V. N. Leodev
Preprint g-0442 NIIEFA, Leningrad 1979 (en ruso).

/6/ Anosov, V. N. y G. P. Leshchenko
Comunicación 10-81-536 IUIN, Dubna, 1981.

/7/ Artzibashev, V. A.
Exploración geofísiconuclear, Atomizdat, Moscú, 1972.

Recibido: 16 de octubre de 1987.