

Tiempo de relajación para mecanismos dispersión fonónica en sistemas semiconductores de baja dimensionalidad

F. Comas, C. Trallero-Giner, J. Tutor y H. León, Departamento de Física Teórica, Universidad de La Habana

RESUMEN

En el presente trabajo se muestra un estudio sistematizado de los tiempos de relajación de electrones dispersados por fonones acústicos, piezoeléctricos, ópticos no polares y ópticos polares en heteroestructuras cuasiunidimensionales (Q1D) y cuasibidimensionales (Q2D). Se analizan los límites Q1D \rightarrow Q2D y Q2D \rightarrow 3D. Se comparan los cálculos realizados con resultados obtenidos por otros autores y se resalta la simetría de las expresiones obtenidas al comparar las mismas para diversos mecanismos de dispersión fonónica. También se discuten las condiciones de validez del llamado límite cuántico dimensional (cuando se supone que las transiciones ocurren sólo en la primera subbanda), así como de la aproximación de conservación del momento en la dirección perpendicular a las heterojunturas.

ABSTRACT

This work is devoted to a systematic investigation of electron relaxation times in quasi-one-dimensional (Q1D) and quasi-two-dimensional (Q2D) semiconductor heterostructures. Scatterings by acoustic phonons, via deformation potential and piezoelectric couplings, as well as by polar and non-polar optical phonons are considered. The limits Q1D \rightarrow Q2D and

Q2D \rightarrow 3D are analysed. Our results are compared with previous results. Momentum-conservation approximation and size-quantum-limit approximation are discussed.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se manifiesta un marcado interés en el estudio de sistemas cuasiunidimensionales (Q1D) y cuasibidimensionales (Q2D) en materiales semiconductores. Heteroestructuras (HS) semiconductoras Q1D han sido fabricadas o propuesta su fabricación por diversos autores /1-5/; se han realizado mediciones de movilidad Hall en diferentes HS semiconductoras Q2D /8-11/. Haciendo uso de dopajes modulados, inclusión de capas espaciadoras semiconductoras, y alto grado de purificación durante el proceso de crecimiento se han alcanzado altas movilidades del orden de $10^6 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$. En tales condiciones para los sistemas semiconductores de baja dimensionalidad, la interacción electrón-fonón es el mecanismo predominante en la limitación de los valores de la movilidad, y la llamada cuantificación espacial es el hecho físico fundamental que determina el comportamiento de los portadores de carga. Aparte del confinamiento electrónico, existe otro importante efecto que puede ser trascendente en las propiedades de transporte y las propiedades ópticas, tal es el confinamiento fonónico /12/. Este último efecto tiene una vital importancia en el mecanismo de dispersión por fonones ópticos polares. No obstante la aproximación de fonones tridimensionales usada en nuestro trabajo, funciona aceptablemente para la mayoría de los mecanismos de dispersión: fonones acústicos, piezoeléctricos y ópticos no polares. En el caso de mecanismos de dispersión por fonones ópticos polares, la aproximación de fonones tridimensionales es aceptable siempre que las temperaturas sean lo suficientemente bajas o altas.

Usando la aproximación del tiempo de relajación en la teoría de transporte de Boltzmann, para movimiento de portadores paralelo a las intercaras en sistema Q1D /13-18/ y Q2D /18-24/, se han realizado cálculos de movilidad Ohmica; igualmente, usando la llamada rapidez de dispersión (scattering rate) /16,20,25,26/ se calcularon movilidades Ohmicas. El mecanismo de dispersión por fonones acústicos ha sido investigado en sistemas Q1D /16,17,18/ y Q2D /18,21,22/; la dispersión por fonones piezoeléctricos ha sido investigada en sistemas Q1D /17,18/ y Q2D /6,19,20,23/; la dispersión por fonones ópticos no polares ha sido estudiada en sistemas Q2D /27-29/, y por último, la interacción electrón-fonón óptico polar ha sido investigada en sistemas Q1D /16,30,31/ y Q2D /25,26,30,31,32/ sobre la base de modelos tridimensionales.

El objetivo del presente trabajo consiste en hacer un resumen sistematizado del tiempo de relajación para los mecanismos de dispersión

fonónicas más relevantes y destacar algunos ejemplos comparativos que permiten caracterizar algunas de las propiedades más importantes de estos mecanismos en sistemas semiconductores de baja dimensionalidad.

En la Sección II se presenta el modelo teórico que sirve de base en nuestros cálculos así como se definen los parámetros fundamentales a utilizar. La Sección III se dedica al cálculo de los tiempos de relajación. Una discusión resumen de los mecanismos estudiados y su incidencia en las propiedades de transporte en sistemas de baja dimensionalidad se presenta en la Sección IV.

II. MODELO

Suponemos que los electrones están confinados en un alambre rectangular con lados a y b en el caso Q1D; o en una capa de espesor a en el caso Q2D. Las funciones de onda electrónicas serán:

$$|\vec{k}\rangle = |\vec{k}_{\parallel}\rangle |\vec{k}_{\perp}\rangle \quad (1)$$

donde:

$$\langle \vec{k}_{\parallel} | \vec{k}_{\parallel} \rangle = \begin{cases} L^{-1/2} \exp(iK_z z) & ; \text{Q1D} \\ S^{-1/2} \exp[i(K_y y + K_z z)] & ; \text{Q2D} \end{cases} \quad (2)$$

$$\langle \vec{k}_{\perp} | \vec{k}_{\perp} \rangle = \begin{cases} \frac{2}{(ab)^{1/2}} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{l\pi y}{b} & ; \text{Q1D} \\ \frac{2}{a^{1/2}} \sin \frac{n\pi x}{a} & ; \text{Q2D} \end{cases} \quad (3)$$

siendo L el largo del alambre y S el área de la capa; $n = 1, 2, 3, \dots$ y $l = 1, 2, 3, \dots$. Los subíndices " \parallel " (" \perp ") se refieren a las componentes de \vec{r} y \vec{k} paralela (perpendicular) a la heterojuntura.

Los correspondientes valores de energía son:

$$E = E_{\vec{k}_{\perp}} + E_{\vec{k}_{\parallel}} \quad (4)$$

donde:

$$E_{\vec{k}_{\parallel}} = \begin{cases} \frac{\hbar K_z^2}{2 m^*} & ; \text{Q1D} \\ \frac{\hbar^2}{2 m^*} (K_y^2 + K_z^2) & ; \text{Q2D} \end{cases} \quad (5)$$

$$E_{\vec{k}_{\perp}} = \begin{cases} n^2 E_{0a} + l^2 E_{0b} & ; \text{Q1D} \\ n^2 E_{0a} & ; \text{Q2D} \end{cases} \quad (6)$$

siendo $E_{0a} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m^* a^2}$, $E_{0b} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m^* b^2}$ y m^* la masa efectiva del electrón. Obsérvese que el confinamiento de los electrones en la dirección

perpendicular a la heterojuntura se ha modelado como el movimiento en un pozo rectangular infinito bidimensional en el caso Q1D y unidimensional en el caso Q2D.

En nuestro modelo, usaremos como Hamiltoniano de interacción electrón-fonón el siguiente:

$$H = \sum_{\vec{q}, j} H_{\vec{q}, j}^+ = \sum_{\vec{q}, j} \left\{ C_{\vec{q}, j}^+ e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} b_{\vec{q}, j}^+ + H.C \right\} \quad (7)$$

donde $C_{\vec{q}, j}^+$ es el factor de acoplamiento (electrón-fonón) y $b_{\vec{q}, j}^+$ ($b_{\vec{q}, j}^+$) es el operador de aniquilación (creación) de un fonón de vector de onda \vec{q} . El subíndice j se refiere a los modos de polarización del fonón ($j = L, T$); L caracteriza los modos longitudinales, mientras T caracteriza los modos transversales de polarización.

Las expresiones de $C_{\vec{q}, j}^+$ para cada uno de los mecanismos de dispersión fonónicos que consideramos son las conocidas para el caso 3D /34, 35/ y utilizadas en /18/.

Los elementos matriciales para la interacción electrón-fonón viene dada por:

$$\begin{aligned} \langle \vec{k}, N_{\vec{q}, j}^+ + 1/2 \mp 1/2 | H_{\vec{q}, j}^+ | N_{\vec{q}, j}^+, \vec{k} \rangle = & \left[N_{\vec{q}, j}^+ + 1/2 \mp \right. \\ & \left. \mp 1/2 \right]^{1/2} \otimes \left[\frac{1 - (\mp) 1}{2} C_{\vec{q}, j}^+ + \frac{1 \mp 1}{2} C_{\vec{q}, j}^{*+} \right] G_{\vec{k}_\perp \vec{k}'_\perp \vec{q}_\perp} \otimes \\ & \otimes \delta_{\vec{k}_\parallel, \vec{k}'_\parallel \mp \vec{q}_\parallel} \end{aligned} \quad (8)$$

donde los signos + y - indican los procesos de emisión y absorción de un fonón por un electrón respectivamente.

El factor de forma $G_{\vec{k}_\perp \vec{k}'_\perp \vec{q}_\perp}$ se expresa como:

$$G_{\vec{k}_\perp \vec{k}'_\perp \vec{q}_\perp} = \begin{cases} G_{nn'}(q_x, a) G_{11'}(q_y, b) & ; Q1D \\ G_{nn'}(q_x, a) & ; Q2D \end{cases} \quad (9)$$

donde utilizando la aproximación de conservación del momentum (MCA) tendremos /27/:

$$\begin{aligned} G_{nn'}(q_x, a) = & (1/2) [\delta_{q_x, < n-n' > \pi/a} + \delta_{q_x, - < n-n' > \pi/a} - \\ & - \delta_{q_x, < n+n' > \pi/a} - \delta_{q_x, - < n+n' > \pi/a}] \end{aligned} \quad (10)$$

teniéndose para $G_{11'}(q_y, b)$ una expresión similar.

Para los fonones piezoeléctricos y acústicos supondremos válida la siguiente relación:

$$N_{\vec{q},j} + 1/2 \pm 1/2 \approx \frac{K_B T}{\hbar \omega_{\vec{q},j}} \quad (11)$$

mientras que para los fonones ópticos polares y ópticos no polares:

$$N_{\vec{q},j} = \left[\exp(\hbar \omega_{\vec{q},j} / K_B T) - 1 \right]^{-1} \quad (12)$$

Como se sabe, la probabilidad de transición de un estado \vec{K} a un estado \vec{K}' se calcula según la regla de Oro de Fermi:

$$W_j^{\pm}(\vec{K}, \vec{K}') = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{q}} \left| \langle \vec{K}', N_{\vec{q},j} + 1/2 \pm 1/2 | H_{\vec{q},j} | N_{\vec{q},j}, \vec{K} \rangle \right|^2 \otimes \delta(E' - E \pm \hbar \omega_{\vec{q},j}) \quad (13)$$

Siempre que los procesos de dispersión puedan considerarse como elásticos ($\hbar \omega_{\vec{q},j} \ll E$), es posible calcular a partir de (13) el tiempo de relajación $\tau_{\vec{K}}$ incluyendo las transiciones inter e intra sub-banda de acuerdo con la expresión:

$$\frac{1}{\tau_{\vec{K}}} = \sum_{\vec{K}', j} \left\{ W_j^-(\vec{K}, \vec{K}') + W_j^+(\vec{K}, \vec{K}') \right\} \otimes \left(1 - \frac{K'}{K} \cos \theta \right) \quad (14)$$

donde θ es el ángulo de dispersión entre \vec{K}_{\parallel} y \vec{K}'_{\parallel} (en el caso Q1D $\theta = 0, \pi$). En la expresión (14) el factor de spin no ha sido considerado, lo que implica la inclusión de un factor 2 en las fórmulas de concentración de portadores y densidades de corrientes /33/.

III. TIEMPO DE RELAJACIÓN

Los tiempos de relajación relativos pueden ser descritos por medio de las siguientes magnitudes:

$$Y_{nl} = \frac{\tau_{nl}^{-1}}{\tau_0^{-1}} \quad ; \quad Y_n = \frac{\tau_n^{-1}}{\tau_0^{-1}} \quad ; \quad Y = \frac{\tau^{-1}}{\tau_0^{-1}} \quad (15)$$

en los casos Q1D (con electrones ocupando inicialmente la sub-banda $n, 1$), Q2D (con electrones ocupando inicialmente la sub-banda n) y 3D respectivamente; τ_0^{-1} es una constante dependiente de la temperatura, diferente para cada tipo de mecanismo de dispersión; τ_{nl}^{-1} y τ_n^{-1} se calcularon empleando (14).

También introducimos magnitudes de energías relativas de la siguiente manera:

$$x = \frac{E}{K_B T} \quad ; \quad \alpha = \frac{E_{0a}}{K_B T} \quad ; \quad \beta = \frac{E_{0b}}{K_B T} \quad (16)$$

A continuación mostraremos las expresiones de τ_0^{-1} para cada uno de los mecanismos que presentaremos en nuestro trabajo y que serán utilizados en las expresiones de Y_{nl} , Y_n y Y respectivamente.

Mecanismo de Dispersión	τ_0^{-1}
Fonón Acústico	$\tau_{0DP}^{-1} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{D_{ac}^2 (m^*)^{3/2} (K_B T)^{3/2}}{\rho s_L^2 h^4}$
Fonón Piezoeléctrico	$\tau_{0Pz}^{-1} = \frac{16 \pi (2m^*)^{\frac{1}{2}} e^2 \gamma^2 (K_B T)^{\frac{1}{2}}}{15 h^2 \epsilon^2} \otimes$ $\otimes (s_L^{-2} + 2 s_T^{-2})$
Fonón Óptico No polar	$\tau_{0ONP}^{-1} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \pi} \frac{E_{d0}^2 (m^*)^{3/2} h \omega_0 (K_B T)^{\frac{1}{2}}}{\rho s_L^2 h^4}$
Fonón Óptico Polar	$\tau_{0OP}^{-1} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \frac{e^2 (m^*)^{\frac{1}{2}} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) h \omega_0}{h^2 (K_B T)^{\frac{1}{2}}}$

Todos los parámetros son los usuales en la teoría de transporte /18,34, 35/.

De acuerdo con los valores de τ_0^{-1} mostrados, las expresiones de los tiempos de relajación relativos obtenidos son:

a) *Mecanismo de dispersión electrón-fonón acústico*

Para el caso Q1D /13,16,17,18/:

$$Y_{nl}^{DP} = \frac{2 \alpha^{\frac{1}{2}} \beta^{\frac{1}{2}}}{\pi} \sum_{n', l'} \frac{(1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'}) (1 + \frac{1}{2} \delta_{ll'})}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta)^{\frac{1}{2}}} \otimes$$

$$\otimes \theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) \theta(x - n^2 \alpha - l^2 \beta) \quad (17)$$

Para el caso Q2D /21,27/:

$$Y_n^{DP} = \alpha^{\frac{1}{2}} \sum_{n'} (1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'}) \theta(x - n'^2 \alpha) \theta(x - n^2 \alpha) \quad (18)$$

y para el caso 3D /33,34/:

$$Y^{DP} = x^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

con $\theta(u) = 0$ si $u < 0$ y $\theta(u) = 1$ si $u > 0$.

b) Mecanismo de dispersión electrón-fonón piezoeléctrico

Para el caso Q1D /17,18/

$$Y_{nl}^{PZ} = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} \beta^{\frac{1}{2}}}{2\pi} \frac{1}{\Sigma} \left\{ \begin{array}{l} \Sigma \\ n', l' \end{array} \frac{(1 + m \delta_{nn'}) (1 + p \delta_{ll'})}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta)^{\frac{1}{2}}} \right\} \otimes$$

$$\otimes \left. \frac{B_{nn'}^{ll'}(m,p) - A_{nn'}^{ll'}}{\left[(B_{nn'}^{ll'}(m,p) + A_{nn'}^{ll'}) + 4(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) B_{nn'}^{ll'}(m,p) \right]} \right\} \otimes$$

$$\otimes \Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) \Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) \quad (20)$$

donde:

$$A_{nn'}^{ll'} = \alpha(n^2 - n'^2) + \beta(l^2 - l'^2) \quad (21)$$

y:

$$B_{nn'}^{ll'}(m,p) = \alpha [n + (-1)^m n']^2 + \beta [1 + (-1)^p l']^2 \quad (22)$$

Para el caso Q2D:

$$Y_n^{PZ} = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{x - n^2 \alpha} \frac{1}{n'} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'} - n \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} \right\} \Theta(x - n^2 \alpha) \otimes$$

$$\otimes \Theta(x - n^2 \alpha) \quad (23)$$

y para el caso 3D /33/

$$Y^{PZ} = x^{-\frac{1}{2}}$$

c) Mecanismo de dispersión electrón-fonón óptico no polar.

Para el caso Q1D:

$$Y_{nl}^{ONP} = \frac{2\alpha^{\frac{1}{2}} \beta^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{1}{n', l'} \left(1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \delta_{ll'} \right) \otimes$$

$$\otimes \left\{ N_q \frac{\Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta + R)}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta + R)^{\frac{1}{2}}} + (N_q + 1) \right\} \otimes$$

$$\otimes \left. \frac{\Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta - R)}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta - R)^{\frac{1}{2}}} \right\} \Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) \quad (25)$$

donde $R = \frac{\hbar \omega_0}{K_B T}$

Para el caso Q2D /27/:

$$Y_n^{ONP} = \alpha^{\frac{1}{2}} \sum_{n'} (1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'}) \left\{ N_q \Theta(x - n'^2 \alpha + R) + (N_q + 1) \Theta(x - n'^2 \alpha - R) \right\} \Theta(x - n^2 \alpha) \quad (26)$$

Para el caso 3D:

$$Y_n^{ONP} = \left\{ N_q (x + R)^{\frac{1}{2}} + (N_q + 1) (x - R)^{\frac{1}{2}} \Theta(x - R) \right\} \quad (27)$$

d) Mecanismo de dispersión electrón-fonón óptico polar

Caso Q1D:

$$Y_{n1}^{OP} = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} \beta^{\frac{1}{2}}}{2\pi} \sum_{m,p=0} \sum_{n',l'} (1 + m \delta_{nn'}) (1 + p \delta_{ll'}) \otimes$$

$$\otimes \left\{ \frac{N_q \Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta + R) \left[B_{nn'}^{1l'}(m,p) - A_{nn'}^{1l'} \right]}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta + R)^{\frac{1}{2}} \left[(B_{nn'}^{1l'}(m,p) + A_{nn'}^{1l'})^2 + 4(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) B_{nn'}^{1l'}(m,p) \right]} \right\}$$

$$\otimes \left\{ \frac{(N_q + 1) \Theta(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta - R) \left[B_{nn'}^{1l'}(m,p) + A_{nn'}^{1l'} \right]}{(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta - R)^{\frac{1}{2}} \left[(B_{nn'}^{1l'}(m,p) - A_{nn'}^{1l'})^2 + 4(x - n'^2 \alpha - l'^2 \beta) B_{nn'}^{1l'}(m,p) \right]} \right\}$$

$$\otimes \Theta(x - n^2 \alpha - l^2 \beta) \quad (28)$$

donde:

$$\mp A_{nn'}^{1l'} = \alpha(n^2 - n'^2) + \beta(l^2 - l'^2) \mp R \quad (29)$$

y:

$$B_{nn'}^{1l'}(m,p) = \alpha \left[n + (-1)^m n' \right]^2 + \beta \left[1 + (-1)^p l' \right]^2 \quad (30)$$

Caso Q2D:

$$Y_n^{OP} = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{x - n^2 \alpha} \sum_{n'} \left\{ N_q \left[1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'} - B_{nn'}^+(x; \alpha, \beta) - B_{nn'}^-(x; \alpha, \beta) \right] \right.$$

$$\left. (1 + \delta_{nn'}) \Theta(x - n'^2 \alpha + R) + (N_q + 1) \left[1 + \frac{1}{2} \delta_{nn'} - B_{nn'}^+(x; \alpha, R) - B_{nn'}^-(x; \alpha, R) \right] \Theta(x - n'^2 \alpha - R) \right\} \Theta(x - n^2 \alpha) \quad (31)$$

donde:

$$B_{nn'}^{\pm}(x; \alpha, R) = \frac{2n(n \pm n') + R}{\left[4(n \pm n')^2 x \alpha + 4n(n \pm n') \alpha R + R^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (32)$$

Caso 3D:

$$Y^{OP} = \frac{1}{x^{3/2}} \left\{ N_q \left[2 \sqrt{x'} \sqrt{x+R'} - R \ln \left(\frac{\sqrt{x+R'} + \sqrt{x'}}{\sqrt{x+R'} - \sqrt{x'}} \right) \right] + (N_q + 1) \left[2 \sqrt{x'} \sqrt{x-R'} + R \ln \left(\frac{\sqrt{x-R'} + \sqrt{x'}}{\sqrt{x-R'} - \sqrt{x'}} \right) \right] \right\} \Theta(x-R) \quad (33)$$

En todas las expresiones anteriores puede verificarse que haciendo $\beta \rightarrow 0$ en las fórmulas Y_{n1} y cambiando la suma en l' por integral en dl' entonces $Y_{n1} \rightarrow Y_n$. De manera análoga, haciendo $\alpha \rightarrow 0$ en las fórmulas de Y_n y cambiando la suma en n' por integral en dn' , entonces $Y_n \rightarrow Y$.

IV. Discusión y conclusiones

A manera de ejemplos se han presentado algunos gráficos que evidencian el comportamiento de los tiempos de relajación calculados. En la figura 1 se presenta Y_{11}^{PZ} vs x para el caso de dispersión por fonones piezoeléctricos, para $\alpha = 0.1$ y $\beta = 0.1$ (línea gruesa) en la mitad superior y $\beta = 0.01$ (línea delgada) en la mitad inferior; en la misma figura se ha incluido Y_1^{PZ} vs x para $\alpha = 0.1$ (línea de trazos). Como se observa, aparecen singularidades siempre que $E = n'^2 E_{0a} + l'^2 E_{0b}$ de acuerdo con (20) (lo que es debido a las singularidades de la densidad de estados en el modelo supuesto para el sistema Q1D, que corresponden a las transiciones intersub-bandas del tipo $(1, 1) \rightarrow (n', 1')$). Obsérvese que en la medida que β decrece, el tiempo de relajación Q1D se aproxima al Q2D. La diferencia entre Y_{11}^{PZ} y Y_1^{PZ} es menor de un 10 % para $\beta = 0.01$, excepto cuando x está muy cerca de cada singularidad. En la Figura 2 se presenta Y_1^{PZ} vs x para $\alpha = 0.1$ (línea gruesa) y $\alpha = 0.01$ (línea delgada); también se incluye Y^{PZ} vs x (línea de trazos). De nuevo aparecen discontinuidades cuando $E = n'^2 E_{0a}$ de acuerdo con (23) (debido a la densidad de estados en el modelo supuesto para el sistema Q2D correspondiendo a transiciones intersub-bandas del tipo $1 \rightarrow n'$). Obsérvese que en la medida en que α decrece, el tiempo de relajación Q2D tiende al 3D. La diferencia entre Y_1^{PZ} y Y^{PZ} es menor que un 10 % cuando $\alpha = 0.01$ si $x \geq 0.1$.

En las Figuras 3 y 4 se muestran los comportamientos de Y_{11}^{DP} y Y_1^{DP} vs x para mecanismos de dispersión por fonones acústicos cuyos comentarios son exactamente iguales a los hechos en el párrafo anterior. Comportamiento similar se manifiesta en los mecanismos de dispersión por fonones ópticos no polares y ópticos polares.

Como es conocido, en el límite cuántico dimensional (SQL), se supone que todos los electrones se encuentren en el estado básico ($n = n' = 1$ para el caso Q2D; $n = n' = 1 = l' = 1$ para el caso Q1D), lo que entraña

ciertas condiciones energéticas de validez para su cumplimiento. Si consideramos que el gas de electrones es no degenerado, puede verse de nuestro modelo, que para los mecanismos de dispersión por fonones acústicos y piezoeléctricos la condición de validez para el límite cuántico viene dada por $\alpha = (E_{0a}/K_B T) > 1/3$ (en el caso Q1D esta condición debe ir acompañada con la condición $b \leq a$); mientras que para los mecanismos de dispersión por fonones ópticos polares y ópticos no polares, la validez de la aproximación SQL en el cálculo del tiempo de relajación viene expresada por $\alpha > 1/3$ para un gas electrónico no degenerado a altas temperaturas y $\alpha > R/3$ para dicho gas a bajas temperaturas (en el caso Q1D, para ambas condiciones debe añadirse la condición $b \geq a$).

En la sección II del presente trabajo se mostró como el uso de la aproximación de conservación del momentum (MCA) para la componente q_x y q_y en el caso Q1D y q_x en el caso Q2D, se obtienen expresiones relativamente sencillas para los factores de forma $G_{nn}(q_x, a)$ y $G_{ll}(q_y, b)$ lo que brinda resultados coincidentes, en el caso Q2D con los obtenidos por Ridley y Riddoch /27, 31, 32/, así como con otros autores que utilizan la misma aproximación. Esta aproximación es aceptable para los mecanismos de dispersión por fonones acústicos y piezoeléctricos donde la interacción electrón-fonón es aproximadamente elástica; de igual forma es aceptable para los mecanismos por fonones ópticos polares y ópticos no polares en regímenes de bajas temperaturas ($h\omega_0 \gg K_B T$) ya que en estos casos la suposición MCA no es tan fuerte. Como bien señala Leburton /30/, quien calculó de forma exacta el factor de forma G para condiciones de SQL para mecanismos de dispersión por fonones ópticos polares y cuyos resultados coinciden con la data experimental de Chiu et al. /36/, la MCA sobreestima el papel del confinamiento electrónico, así como la fortaleza de la dispersión por fonones ópticos polares para temperaturas intermedias, lo que hace a esta aproximación poco realista en dicho rango de temperatura.

En este resumen sistematizado de los tiempos de relajación para mecanismos de dispersión electrón-fonón, se ha mostrado que existen comportamientos muy similares entre diversos mecanismos, lo que puede verse al comparar las expresiones analíticas de los parámetros γ . Por ejemplo, si comparamos las ecuaciones (17)-(19) con las ecuaciones (25)-(27) vemos que existe una gran simetría entre los mecanismos Acústicos y Ópticos No Polares, rota solamente por el parámetro R que aporta el carácter inelástico del proceso de conservación de energía en el caso no polar. Igualmente podemos resaltar la simetría entre las ecuaciones (20), (23) y (24), y las ecuaciones (28), (31) y (33) para los mecanismos de dispersión por fonones Piezoeléctricos y Ópticos Polares.

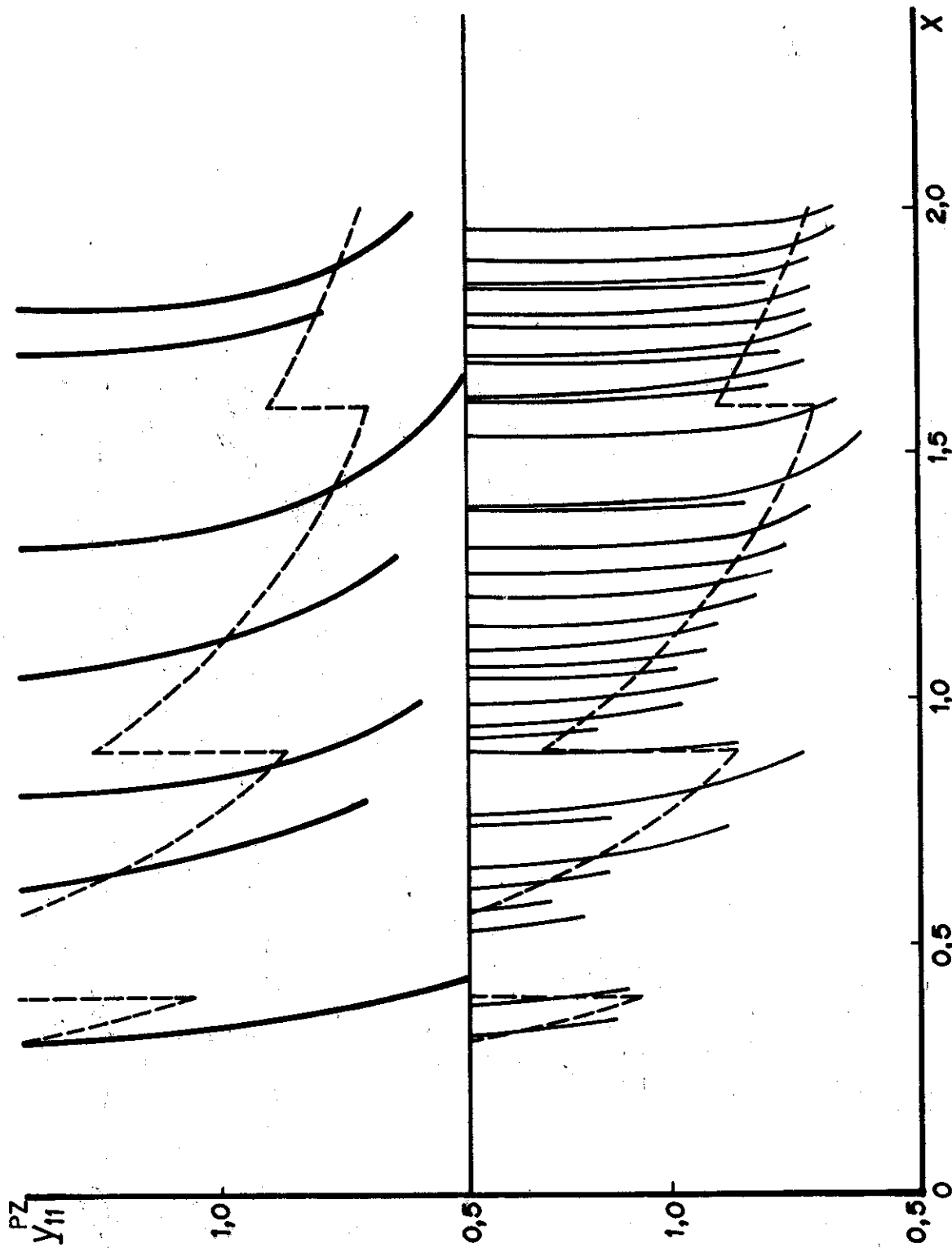


Figura 1. Tiempos de relajación relativos para dispersión por fonones, piezoeléctricos en los casos Q1D y Q2D. $Y_{11}^{PZ} = (\tau_{11}^{PZ})^{-1} / (\tau_0^{PZ})^{-1}$ vs $x = E/K_B T$ se grafica para $\alpha = 0.1$ y $\beta = 0.1$ (—) en la mitad superior, y para $\beta = 0.01$ (---) en la mitad inferior. $Y_1^{PZ} = (\tau_1^{PZ})^{-1} / (\tau_0^{PZ})^{-1}$ vs x se grafica para $\alpha = 0.1$ (---).

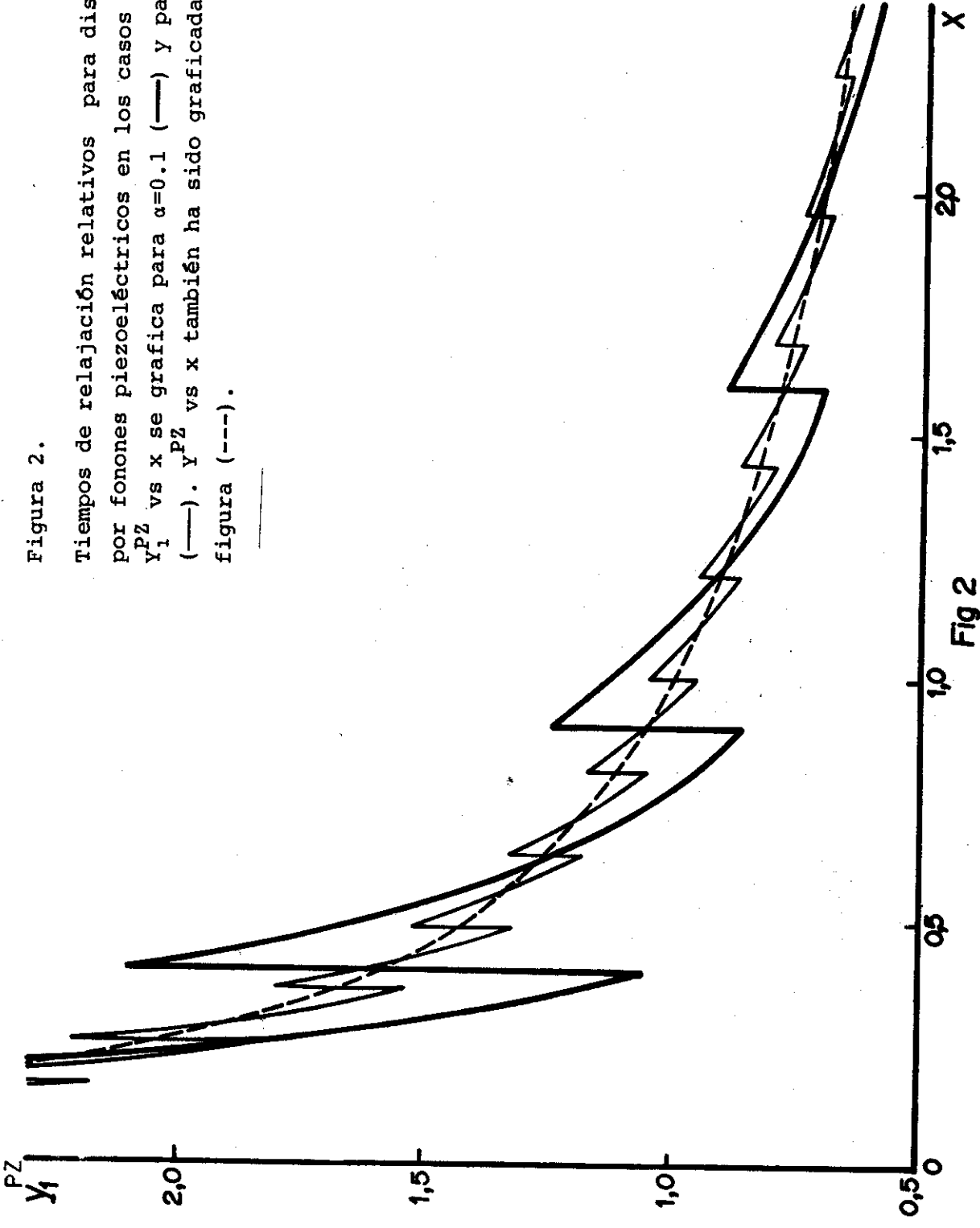


Fig 2

Figura 2.

Tiempos de relajación relativos para dispersión por fonones piezoeléctricos en los casos Q2D y 3D. Y_1^{PZ} vs x se grafica para $\alpha=0.1$ (—) y para $\alpha=0.01$ (---). Y_1^{PZ} vs x también ha sido graficada en la figura (---).

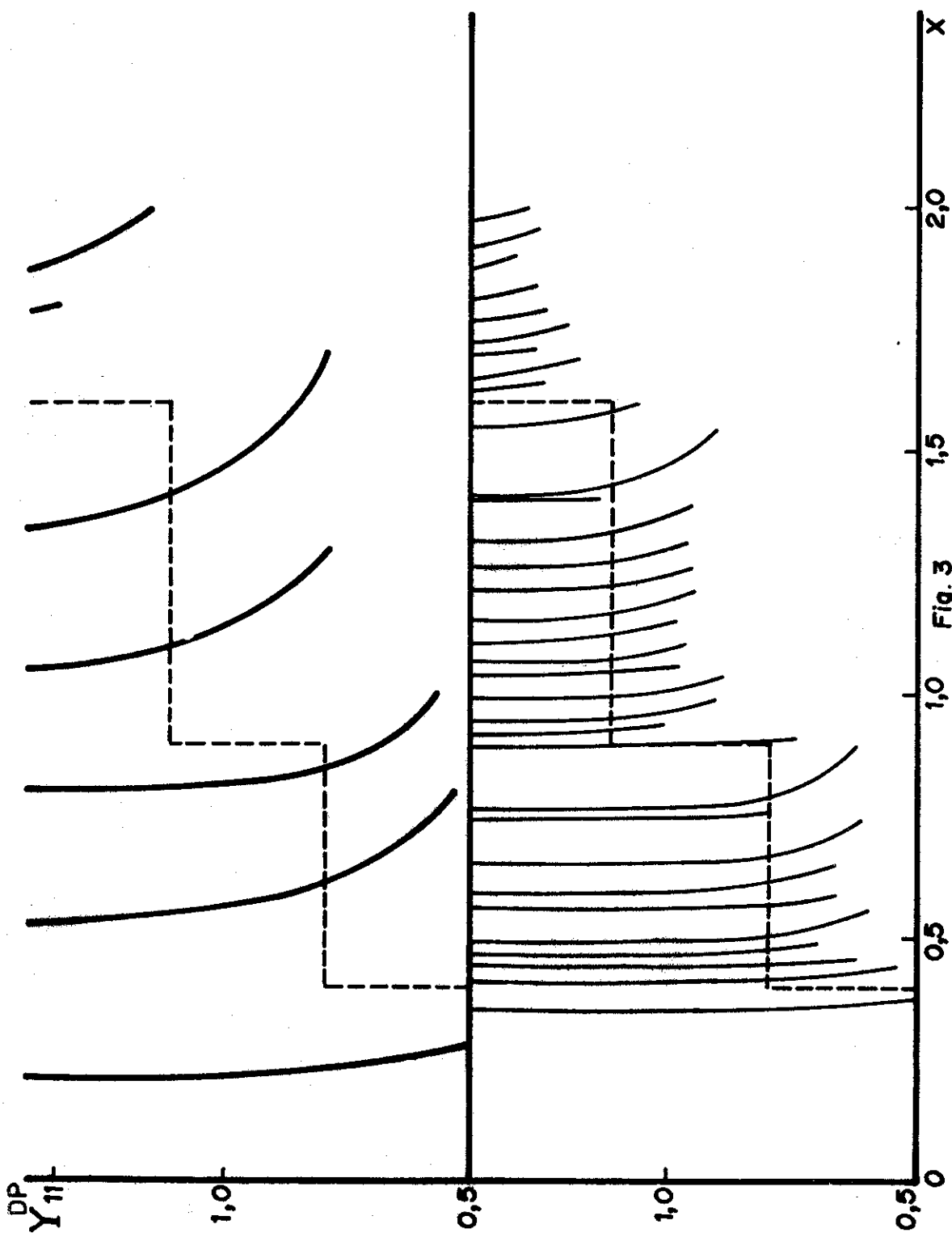


Figura 3. Tiempos de relajación relativos para dispersión por fonones acústicos en los casos Q1D y Q2D. Idem Figura 1.

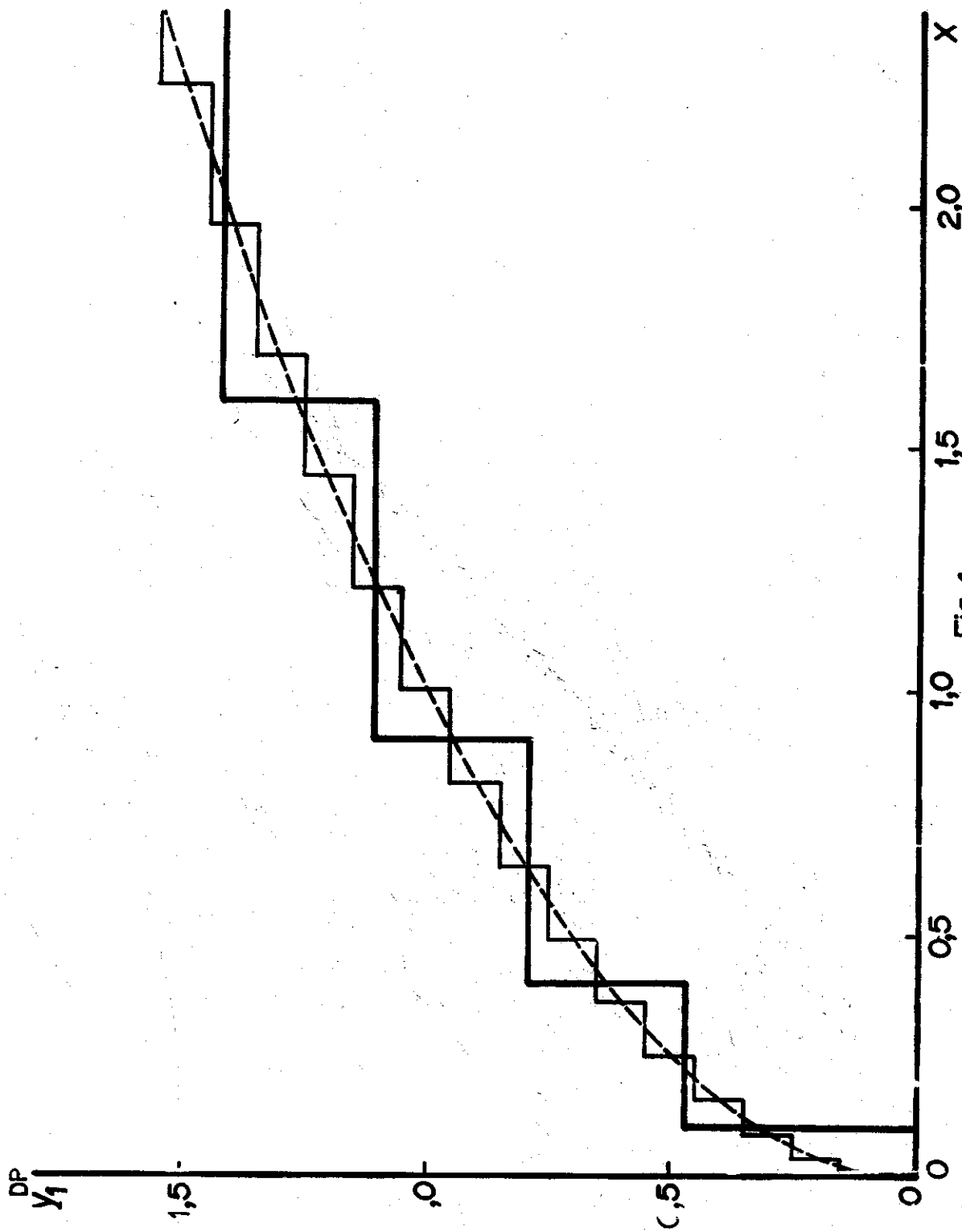


Fig.4

Figura 4. Tiempos de relajación relativos para dispersión por fonones acústicos en los casos Q2D y 3D. Idem Figura 2.

BIBLIOGRAFÍA

1. Petroff, P. M. et al. (1982). Appl. Phys. Lett. 41, 635.
2. Juang, Y.; Y. Nashimoto y P. Khattacharya (1985). J. Appl. Phys. 58, 1986.
3. Tsui, R. K. et al. (1986). Appl. Phys. Lett. 48, 940.
4. Sakaki, H. (1980). Jpn. J. Appl. Phys. 19 L735.
5. Chang, L. L. y L. Esaki (1985). Appl. Phys. Lett. 47, 1324.
6. Hirakawa, K. y H. Sakaki (1986). Phys. Rev. B 33, 8291.
7. Foxon, C. T. y J. J. Harris (1986). Phillips J. Res. 41, 313.
8. Inoue, K. y H. Sakaki (1984). Jpn. J. Appl. Phys. 23 L61.
9. Sasa, S. et al. (1985). Jpn. J. Appl. Phys. 24 L281.
10. Shah, J.; A. Pinczuk, H. L. Stormer; A. C. Gossard y W. Weigmann (1983). Appl. Phys. Lett. 42, 55.
11. Stormer, H. L. et al. (1981). Appl. Phys. Lett. 38, 691.
12. Colvard, C.; R. Fisher; T. Gant, M. Klein; R. Merlin; H. Moskoc y A. Gossard (1985). *Superlattices and Microstructures* 1, 81.
13. Arora, V. K. (1981). Phys. Stat. Sol. b 105, 707.
14. _____ (1983). Phys. Stat. Sol. b 117, 127.
15. Lee, J. y H. N. Spector (1983). J. Appl. Phys. 54, 3921.
16. Lee, J. y M. O. Vassel (1984). J. Phys. C 17, 2525.
17. Comas, F.; C. Trallero-Giner y J. Tutor (1987). Phys. Stat. Sol. b 139, 433.
18. Comas, F.; C. Trallero-Giner; H. León, y J. Tutor (1988). Physica 152, 352.
19. Basu, P. K. y N. R. Nag (1981). J. Phys. C 15, 1519.
20. Price, P. J. (1981). Ann. Phys. 133, 217.
21. Lee, J. y M. O. Vassel (1984). Jpn. J. Appl. Phys. 23, 1086.
22. Arora, V. K. y A. Naeem (1985). Phys. Rev. B 31, 3887.
23. Chattopadhyay, D. (1986). Phys. Stat. Sol. b 135, 409.
24. Nag, B. R. (1986). Pramana 27, 47.
25. Chattopadhyay, D. (1986). Phys. Rev. b 33, 7288.
26. Roy, J. B.; P. K. Basu y B. R. Nag (1981). Solid State Comm. 40, 491.
27. Ridley, B. K. (1982). J. Phys. C 15, 5899.
28. Roychoudhury, D. y P. K. Basu (1980). Phys. Rev. B 22.

29. Arora, V. K. (1983). Phys. Stat. Sol. b 115, K107.
30. Leburton, J. P. (1984). J. Appl. Phys. 56, 2850.
31. Riddoch, F. A. y B. K. Ridley (1984). Surface Sc. 142, 260.
32. Riddoch, F. A. y B. K. Ridley (1983). J. Phys. C 16, 6971.
33. Hutson, A. R. (1961). J. Appl. Phys. 32, Suppl. 2287.
34. Anselm, A. I. (1981). *Introduction to Semiconductor Theory*, Izd. Mir Moscow.
35. Bonch-Bruevich, *Introducción a la Teoría de los Semiconductores* (en ruso).
36. Chiu, L. C., et al. (1983). Jpn. J. Appl. Phys. 22, L82.