

CALCULO Y ANALISIS DE BOBINAS CORRECTORAS DEL CAMPO MAGNETICO PARA EQUIPOS DE RMNI CON NUCLEO DE AIRE:

I. BOBINAS SADDLE-SHAPED

L. Bergues-C. y F. Reguera M., Centro de Biofísica Médica (CBM), Universidad de Oriente.

RESUMEN

Se hace un cálculo teórico de la componente z del campo magnético (B_z) para distintas configuraciones de bobinas correctoras en forma de silla de montura (saddle-shaped). Obtenidas las expresiones de B_z se hace un análisis para eliminar o minimizar el o los órdenes más bajos de los gradientes no deseables, y maximizar el orden del gradiente deseado. También se calculan los parámetros óptimos de cada configuración de bobinas.

ABSTRACT

It is made a theoretical calculus of z component of B_z (magnetic field) for different configurations of saddle-shaped shim coils. Once you obtain B_z expressions you analyze them to eliminate or minimize the lowest order or orders of not desired gradients and to make maximum the order of the desired gradient. Besides, every optimal parameter of each configuration of coils is calculated.

1. INTRODUCCIÓN

Para el diseño de equipos de Resonancia Magnética Nuclear de Imágenes (RMNI) uno de los factores fundamentales que se ha de tener en cuenta es la obtención de campos magnéticos homogéneos (10^{-4} a 10^{-6}). Factores prácticos como el enrollado de bobinas, el maquinado, las fijaciones mecánicas, la ubicación de las bobinas en sus posiciones previamente calculadas, la estructura metálica, el medio que rodea al sistema magnético, etc., afectan la homogeneidad del campo magnético. Estos factores traen como consecuencia que aparezcan gradientes naturales en el sistema magnético; para la corrección de estos gradientes naturales se diseñan bobinas (shims) que pueden ser pasivas o activas. Los shims pasivos son láminas ferromagnéticas de alta susceptibilidad magnética, los cuales concentran y corrigen las curvas de las líneas del campo; esto trae como consecuencia que la homogeneidad del campo mejore, estos shims pueden tener forma de lazos circulares con un área de sección transversal dada; pueden ser pedazos o elementos de volumen que tengan forma rectangular, esféricas. Los shims activos son bobinas que hacen una corrección más fina a la homogeneidad, estos se caracterizan por ser ortogonales e independientes unos de los otros. Los gradientes producidos por los shims se obtienen del desarrollo ortogonal de los armónicos esféricos [1, 2]. En [2] se hace un análisis completo de la teoría del cálculo de estos shims usando un desarrollo en armónicos esféricos.

En el presente trabajo se hace un análisis detallado del cálculo de los shims utilizando un desarrollo de Fourier-Bessel; para corregir las inhomogeneidades se procede a eliminar los gradientes de más bajos órdenes no deseables y maximizar el orden del gradiente deseado.

2. FORMULISMO MATEMÁTICO

Turner en [3, 7] hace una discusión de bobinas de gradientes montadas en un cilindro de radio a , el cual es coaxial con el apantallamiento; la corriente inducida en el apantallamiento está confinada a la superficie de un cilindro de radio b . Entonces él describe la corriente como:

$$J = F(z, \varphi) \delta(\rho - a) + f(z, \varphi) \delta(\rho - b) \quad (1)$$

donde

$F(z, \varphi)$ describe la corriente en la bobina.

$f(z, \varphi)$ describe la corriente inducida en el apantallamiento.

El objetivo del trabajo es el cálculo de B_z debido a las diferentes configuraciones de shims; la influencia de estos campos sobre el campo principal B_0 , orientado según el eje z , es despreciable porque la corriente que circula por estas bobinas es pequeña, además, los efectos

de la autoinductancia por cercanía son despreciables, al igual que las corrientes parásitas que puedan influir en los conductores de B_0 ; por estas razones el segundo término de la ecuación (1) no es tomado en consideración y se tiene que:

$$J = F(z, \varphi) \delta(\rho - a) \quad (1a)$$

A la función $F(z, \varphi)$ es útil definir un tipo de Transformada de Fourier según [3]

$$F_{\varphi}^m(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-im\varphi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikz} F_{\varphi}(z, \varphi) dz \quad (2a)$$

$$F_z^m(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-im\varphi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikz} F_z(z, \varphi) dz \quad (2b)$$

Usemos el vector potencial magnético (\vec{A}) en coordenadas cilíndricas para describir el campo magnético. Las componentes A_{ρ} , A_{φ} y A_z vienen dadas por:

$$A_z = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} e^{ikz} I_m(k\rho) K_m(ka) F_z^m(k) dk \quad (3)$$

$$A_{\rho} = -\frac{i\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} e^{ikz} \left[I_{m-1}(k\rho) K_{m-1}(ka) - I_{m+1}(k\rho) K_{m+1}(ka) \right] F_{\varphi}^m(k) dk \quad (4)$$

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} e^{ikz} \left[I_{m-1}(k\rho) K_{m-1}(ka) + I_{m+1}(k\rho) K_{m+1}(ka) \right] F_{\varphi}^m(k) dk \quad (5)$$

Donde $I(x)$ y $K(x)$ son las funciones de Bessel que pueden ser evaluadas por sus desarrollos polinomiales.

La componente z del campo magnético en coordenadas cilíndricas viene dada por:

$$B_z = \rho^{-1} \left[\frac{\partial(\rho A_{\varphi})}{\partial \rho} - \frac{\partial A_{\rho}}{\partial \varphi} \right] \quad (6)$$

Sustituyendo (4) y (5) en (6) se obtiene:

$$B_z = -\frac{\mu_0 a}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k e^{im\varphi} e^{ikz} F_{\varphi}^m(k) I_m(k\rho) K_m'(ka) dk \quad (7)$$

que es la expresión general del campo en la dirección z.

Para la obtención de la componente B_z de las diferentes bobinas shims, se procederá de la siguiente manera:

Se propone para cada tipo de configuración de bobina, una forma específica de la función $F_\varphi(\varphi, z)$. Una vez obtenida esta se le halla su transformada de Fourier $F_\varphi^m(k)$ dada por (2a), luego se sustituye en la expresión (7) y se determina la componente B_z para cada configuración de shim. $F_\varphi(\varphi, z)$ se construirá mediante la función Paso Unitario de Heaviside ($H(x)$) y de la delta de Dirac ($\delta(x)$).

Estas bobinas están caracterizadas por su radio a, ancho angular $\Delta\psi$ de los arcos, las distancias a que están estos con respecto al centro del sistema d_i ($i = 1, 2, \dots$). La selección óptima de los parámetros $\Delta\psi$ y la relación d_i/a es escogida de la eliminación o minimización del gradiente o de los gradientes de más bajos órdenes no deseados, de forma tal que estos parámetros maximicen el orden del gradiente deseado. Luego de conocer el valor o los valores de d_i estos se relacionan con los ángulos α_i a través de $\text{tg}\alpha_i = \frac{a}{d_i}$ ($i = 1, 2, \dots$). Los α_i son comparados con los reportados en [2].

Una vez descrito en forma general el procedimiento del cálculo de B_z para las diversas configuraciones de shims y cómo proceder para la optimización de los parámetros, a continuación se ejemplifican algunas de estas configuraciones.

3. EJEMPLOS

a) La Figura 1 muestra dos pares de bobinas saddle-shaped que producen un campo $B_z \sim \rho \cos(\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $B_z \sim x$). Para esta configuración, eligiendo de forma adecuada el sentido de la corriente (I) en los arcos (se escoge el sentido positivo de I en el sentido horario) se propone la forma $F_\varphi(\varphi, z)$ de la siguiente manera:

$$F_\varphi(\varphi, z) = I \left[\delta(z - d_1) + \delta(z + d_1) - \delta(z - d_2) - \delta(z + d_2) \right] \quad (8)$$

$$\cdot \left\{ H(\varphi + \pi/3) \left[1 - H(\varphi - \pi/3) \right] - H(\varphi - 2\pi/3) \left[1 - H(\varphi + 2\pi/3) \right] \right\}$$

Sustituyendo (8) en (2a) y luego en (7) se obtiene

$$B_z = - \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \sum_{m=1,5,7,11,\dots}^{\infty} \frac{\cos(m\varphi) \text{sen}(m\pi/3)}{m} \int_{-\infty}^{\infty} k \cos(kz) \left[\cos(kd_1) - \right.$$

$$- \cos(kd_2) \Big] I_m(k\rho) K_m'(ka) dk \quad (9)$$

$$B_z = - \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \left[\begin{aligned} & \text{sen}(\pi/3) I_1^1 \cos\varphi + \frac{\text{sen}(5\pi/3)}{5} I_2^1 \cos(5\varphi) + \\ & + \frac{\text{sen}(7\pi/3)}{7} I_3^1 \cos(7\varphi) + \dots \end{aligned} \right] \quad (9a)$$

donde

$$I_1^1 = I_{1a}^1 \rho + I_{1b}^1 \rho^3 + I_{1c}^1 \rho^5 + I_{1d}^1 \rho^7 + I_{1e}^1 \rho^9 \pm \dots$$

$$I_2^1 = I_{2a}^1 \rho^5 + I_{2b}^1 \rho^7 + I_{2c}^1 \rho^9 \pm \dots$$

$$I_3^1 = I_{3a}^1 \rho^7 + I_{3b}^1 \rho^9 \pm \dots$$

Luego de haberse obtenido la expresión de B_z para esta configuración se procede a optimizar los parámetros de la bobina para lograr que el término de primer orden $I_{1a}^1 \rho$ sea máximo, por lo que basta anular el coeficiente del término de tercer orden $I_{1b}^1 \rho^3$. De aquí se obtienen los valores d_1 y d_2 .

$$d_1 = \pm 0.389295a \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \pm 68.72928553^\circ$$

$$d_2 = \pm 2.568745a \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = \pm 21.27072251^\circ$$

Con esta misma configuración rotada 90° alrededor del eje z se calcula el campo $B_z \sim \rho \text{sen}(\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $B_z \sim y$) y se obtienen los mismos valores de d_1 y d_2 .

b) La Figura 2.a muestra un par de bobinas saddle-shaped que produce un campo $B_z \sim \rho z \cos(\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $B_z \sim xz$). Para $F_\varphi(\varphi, z)$ se propuso:

$$F_\varphi(\varphi, z) = I \left[\delta(z+d) - \delta(z-d) \right] \left\{ \begin{aligned} & H(\varphi+\pi/3) \left[1-H(\varphi-\pi/3) \right] - \\ & - H(\varphi-2\pi/3) \left[1-H(\varphi+2\pi/3) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Sustituyendo (10) en (2a) y luego en (7) se tiene

$$B_z = - \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \sum_{m=1,5,7,11,\dots}^{\infty} \frac{\cos(m\varphi) \text{sen}(m\pi/3)}{m} \int_{-\infty}^{\infty} k \text{sen}(kz) \text{sen}(kd) \cdot I_m(k\rho) K_m'(ka) dk \quad (11)$$

$$B_z = \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \left[\begin{aligned} &\text{sen}(\pi/3) I_1^2 \cos \varphi + \frac{\text{sen}(5\pi/3)}{5} I_2^2 \cos(5\varphi) + \\ &+ \frac{\text{sen}(7\pi/3)}{7} I_3^2 \cos(7\varphi) + \dots \end{aligned} \right] \quad (11a)$$

donde

$$I_1^2 = - \left[I_{1a}^2 \rho z + I_{1b}^2 \rho^3 z + I_{1c}^2 \rho^5 z + I_{1d}^2 \rho^7 z + I_{1e}^2 \rho^9 z \pm \dots \right]$$

$$I_2^2 = - \left[I_{2a}^2 \rho^5 z + I_{2b}^2 \rho^7 z + I_{2c}^2 \rho^9 z \pm \dots \right]$$

$$I_3^2 = - \left[I_{3a}^2 \rho^7 z + I_{3b}^2 \rho^9 z \pm \dots \right]$$

Se desea que el término de segundo orden $\rho z \cos(\varphi)$ sea máximo, para ello basta anular el coeficiente del término de cuarto orden $I_{1b}^2 \rho^3 z$, obteniéndose de aquí los valores de d .

$$d = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 55.86414243^\circ$$

δ

$$d = \pm 3.128956a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 17.72364153^\circ$$

Pero por criterios prácticos como son el tamaño de la bobina, la inductancia, se escoge la solución

$$d = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 55.86414243^\circ$$

Con esta misma configuración rotada 90° alrededor del eje z se genera un campo $B_z \sim \rho z \text{sen}(\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $B_z \sim yz$) y se obtiene el mismo valor para d , por las mismas razones prácticas antes mencionadas. Estos mismos shims xz ó yz pueden lograrse con la configuración mostrada en la Figura 2.b, donde se obtuvo:

$$d_1 = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \pm 55.86414243^\circ$$

$$d_2 = \pm 3.128956a \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = \pm 17.72364151^\circ$$

c) La Figura 3 muestra dos pares de bobinas saddle-shaped ortogonales, de las cuales un par (configuración A) produce un campo $B_z \sim \rho^2 z \cos(2\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $z(x^2 - y^2)$) y el otro par (configuración B) produce un campo $B_z \sim \rho^2 z \text{sen}(2\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $z(2xy)$). Sólo nos limitaremos a la configuración A debido a que la B es idéntica pero rotada 90° . Para $F_\varphi(\varphi, z)$ se encontró:

$$B_z = \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \left[\begin{aligned} &\text{sen}(\pi/3) I_1^2 \cos \varphi + \frac{\text{sen}(5\pi/3)}{5} I_2^2 \cos(5\varphi) + \\ &+ \frac{\text{sen}(7\pi/3)}{7} I_3^2 \cos(7\varphi) + \dots \end{aligned} \right] \quad (11a)$$

donde

$$I_1^2 = - \left[I_{1a}^2 \rho^2 z + I_{1b}^2 \rho^3 z + I_{1c}^2 \rho^5 z + I_{1d}^2 \rho^7 z + I_{1e}^2 \rho^9 z \pm \dots \right]$$

$$I_2^2 = - \left[I_{2a}^2 \rho^5 z + I_{2b}^2 \rho^7 z + I_{2c}^2 \rho^9 z \pm \dots \right],$$

$$I_3^2 = - \left[I_{3a}^2 \rho^7 z + I_{3b}^2 \rho^9 z \pm \dots \right]$$

Se desea que el término de segundo orden $\rho z \cos(\varphi)$ sea máximo, para ello basta anular el coeficiente del término de cuarto orden $I_{1b}^2 \rho^3 z$, obteniéndose de aquí los valores de d.

$$d = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 55.86414243^\circ$$

ó

$$d = \pm 3.128956a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 17.72364153^\circ$$

Pero por criterios prácticos como son el tamaño de la bobina, la inductancia, se escoge la solución

$$d = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 55.86414243^\circ$$

Con esta misma configuración rotada 90° alrededor del eje z se genera un campo $B_z \sim \rho z \text{sen}(\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $B_z \sim yz$) y se obtiene el mismo valor para d, por las mismas razones prácticas antes mencionadas. Estos mismos shims xz ó yz pueden lograrse con la configuración mostrada en la Figura 2.b, donde se obtuvo:

$$d_1 = \pm 0.677964a \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \pm 55.86414243^\circ$$

$$d_2 = \pm 3.128956a \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = \pm 17.72364151^\circ$$

c) La Figura 3 muestra dos pares de bobinas saddle-shaped ortogonales, de las cuales un par (configuración A) produce un campo $B_z \sim \rho^2 z \cos(2\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $z(x^2 - y^2)$) y el otro par (configuración B) produce un campo $B_z \sim \rho^2 z \text{sen}(2\varphi)$ (en coordenadas cartesianas $z(2xy)$). Sólo nos limitaremos a la configuración A debido a que la B es idéntica pero rotada 90° . Para $F_\varphi(\varphi, z)$ se encontró:

$$F_{\varphi}(\varphi, z) = I \left[\delta(z+d) - \delta(z-d) \right] \left\{ H(\varphi+\pi/3) \left[1 - H(\varphi-\pi/3) \right] + H(\varphi-2\pi/3) \left[1 - H(\varphi+2\pi/3) \right] \right\}. \quad (12)$$

Sustituyendo (12) en (2a) y luego en (7) obtenemos

$$B_z = \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \sum_{m=2,4,6..}^{\infty} \frac{\cos(m\varphi) \operatorname{sen}(m\pi/3)}{m} \int_{-\infty}^{\infty} k \operatorname{sen}(kz) \operatorname{sen}(kd) \cdot I_m(k\rho) K_m'(ka) dk. \quad (13)$$

$$B_z = -\frac{4\mu_0 a I}{2} \left[\frac{\operatorname{sen}(2\pi/3)}{2} I_1^3 \cos(2\varphi) + \frac{\operatorname{sen}(4\pi/3)}{4} I_2^3 \cos(4\varphi) + \frac{\operatorname{sen}(8\pi/3)}{8} I_3^3 \cos(8\varphi) + \dots \right] \quad (13a)$$

donde

$$I_1^3 = - \left[I_{1a}^3 \rho^2 z + I_{1b}^3 \rho^4 z + I_{1c}^3 \rho^6 z + I_{1d}^3 \rho^8 z \pm \dots \right],$$

$$I_2^3 = - \left[I_{2a}^3 \rho^4 z + I_{2b}^3 \rho^6 z + I_{2c}^3 \rho^8 z \pm \dots \right].$$

$$I_3^3 = - \left[I_{3a}^3 \rho^8 z \pm \dots \right].$$

El término de tercer orden $\rho^2 \cos(2\varphi)$ es el que se quiere maximizar, por lo que basta anular el coeficiente del término de quinto orden $I_{1b}^3 \rho^4 z$.

Resultando de aquí los valores de d:

$$d = \pm 0.582312a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 59.78724341^\circ$$

o

$$d = \pm 2.27176a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 23.75844964^\circ$$

Por razones prácticas, como se mencionó anteriormente, la solución escogida fue:

$$d = \pm 0.582312a \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pm 23.78724341^\circ$$

d) La Figura 4 muestra cuatro pares de bobinas saddle-shaped, dos pares (configuración A) ortogonales a los otros dos (configuración B).

La configuración A genera un campo $B_z \sim \rho^2 \cos(2\varphi)$ en coordenadas cartesianas ($x^2 - y^2$) y la configuración B produce un campo $B_z \sim \rho^2 \operatorname{sen}(2\varphi)$ (en coordenadas cartesianas ($2xy$)). El cálculo que se hace para la

configuración A es válido para la B, ya que sólo se diferencian en que una está rotada 90° con respecto a la otra. Encontramos entonces que:

$$F_\varphi(\varphi, z) = I \left[\delta(z - d_1) + \delta(z + d_1) - \delta(z - d_2) - \delta(z + d_2) \right] \left\{ H(\varphi + \pi/3) \cdot \left[1 - H(\varphi - \pi/3) \right] + H(\varphi - 2\pi/3) \left[1 - H(\varphi + 2\pi/3) \right] \right\}. \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en (2a) y esta en (7) se tiene que

$$B_z = - \frac{4\mu_0 a I}{\pi^2} \sum_{m=2,4,8\dots}^{\infty} \frac{\cos(m\varphi) \operatorname{sen}(m\pi/3)}{m} \int_{-\infty}^{\infty} k \cos(kz) \left[\cos(kd_1) - \cos(kd_2) \right] I_m(k\rho) K'_m(ka) dk. \quad (15)$$

$$B_z = - \frac{4\mu_0 a I}{2} \left[\frac{\operatorname{sen}(2\pi/3)}{2} I_1^4 \cos(2\varphi) + \frac{\operatorname{sen}(4\pi/3)}{4} I_2^4 \cos(4\varphi) + \frac{\operatorname{sen}(8\pi/3)}{8} I_3^4 \cos(8\varphi) + \dots \right] \quad (15a)$$

donde

$$I_1^4 = I_{1a}^4 \rho^2 + I_{1b}^4 \rho^4 + I_{1c}^4 \rho^6 + I_{1d}^4 \rho^8 + I_{1e}^4 \rho^{10} \pm \dots$$

$$I_2^4 = I_{2a}^4 \rho^4 + I_{2b}^4 \rho^6 + I_{2c}^4 \rho^8 + I_{2d}^4 \rho^{10} \pm \dots$$

$$I_3^4 = I_{3a}^4 \rho^6 + I_{3b}^4 \rho^8 + I_{3c}^4 \rho^{10} \pm \dots$$

Si se anula el coeficiente del término de cuarto orden $I_{1b}^4 \rho^4$, se tiene que el término de segundo orden $I_{1a}^4 \rho^2$ es máximo. Del anulamiento de I_{1b}^4 se obtienen los valores de d_1 y d_2 .

$$d_1 = \pm 0.334613a \Rightarrow \alpha_2 = \pm 71.49908898^\circ$$

$$d_2 = \pm 1.929085a \Rightarrow \alpha_2 = \pm 27.40134173^\circ$$

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

De los ejemplos calculados anteriormente podemos afirmar que para el diseño de estas bobinas debe hacerse una representación esquemática de las configuraciones y fijar los sentidos de circulación de las corrientes en los arcos (como se muestran en las figuras). Se propone $F_\varphi(\varphi, z)$ para la configuración seleccionada, esta función describe por qué parte de la bobina circula corriente y el sentido de esta, así como, las posiciones de

los arcos o de las espiras. A $F_{\varphi}(\varphi, z)$ se le halla su transformada de Fourier según (2) y se sustituye en (7) obteniéndose la expresión de la componente B_z de la configuración deseada. La ecuación (7), que hemos obtenido, es una expresión general que se puede extender no sólo a bobinas saddle-shaped, sino también a bobinas circulares, elípticas, rectangulares, parabólicas, etc. Además esta expresión puede utilizarse para el cálculo de bobinas de gradientes con las formas antes mencionadas, por ejemplo la ecuación (9) coincide con la que se reporta en [3] si en esta última se despreja el efecto del apantallamiento y se considera el cálculo para $\rho < a$.

Para las bobinas circulares a diferencia de lo que se ha visto se propone $F_{\varphi}(\varphi, z) = \sum_{i=1}^{\rho} I_i \delta(z - d_i)$ ($i = 1, \dots, \rho$), donde ρ describe el número total de bobinas circulares presentes en la configuración, I_i es la corriente que circula por el i -ésimo lazo, $\delta(z - d_i)$ fija la posición del i -ésimo lazo con respecto al centro de la configuración, en este caso la función Paso Unitario de Heaviside en el proceso de integración es la unidad.

Se comparó los resultados obtenidos con los que se reportan en [2] y coincidieron, a pesar de esto, nuestro desarrollo ofrece ciertas ventajas; en primer lugar se puede extender fácilmente a las formas de bobinas antes mencionadas; en segundo lugar, las expresiones obtenidas son más cómodas de emplear que las que se reportan en [2], ya que es menos laborioso trabajar una suma integral que una suma discreta, los términos se obtienen de manera directa y sencilla. El resultado (7) tiene forma más compacta y menos engorrosa de la que se propone en [2]; puede ser aplicada al cálculo de shims para corregir órdenes superiores, la eliminación de estos provoca que el campo magnético sea más homogéneo y puedan usarse en equipos de Espectroscopía (requieren de 10^{-8} a 10^{-10} de homogeneidad), en equipos de RMNI superconductores (de 10^{-6} a 10^{-8}), etc. En el caso de bobinas de gradientes en la cual se usen combinaciones de bobinas para producir un gradiente lo más lineal posible, también es válida (7).

Para la resolución de estas integrales se consultaron [4], [5] y [6].

6. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la colaboración del Prof. R. Dagel S., por sus sugerencias en el cálculo matemático y al Dr. R. Riera A. por sus sugerencias y corrección en la elaboración de este trabajo.

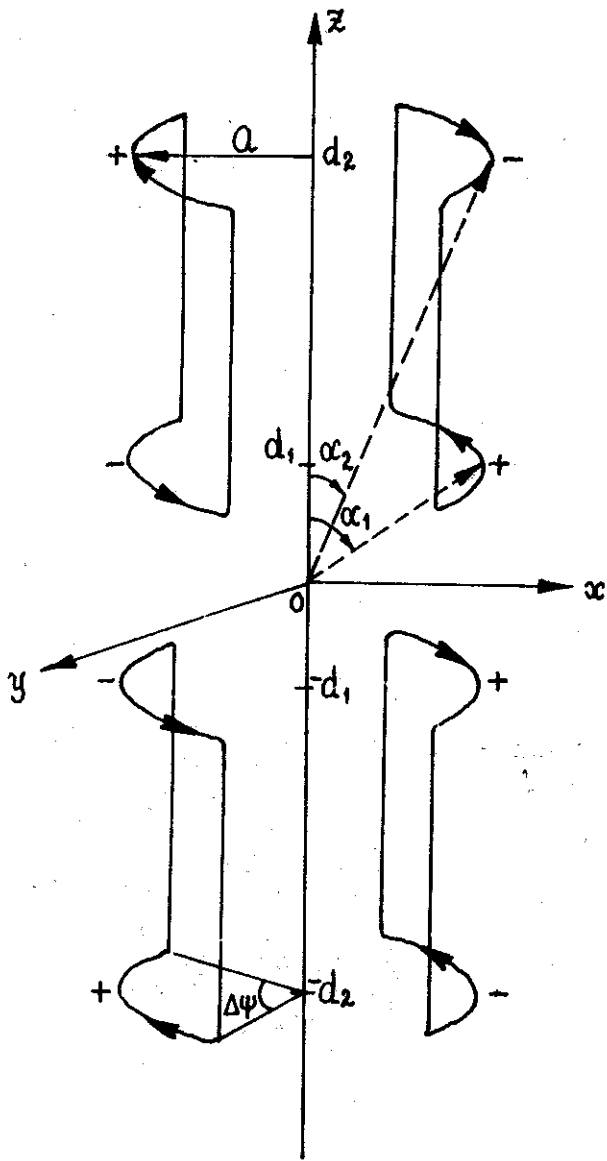


FIG. 1

Figura 1. Muestra dos pares de bobinas saddle-shaped que producen un campo B_z en x .

Figura 2. Muestra dos configuraciones de bobinas que producen un campo B_z en xz . La Figura 2.a representa un par de bobinas saddle-shaped; y la Figura 2.b destaca una configuración de dos pares de bobinas, equivalente a la mostrada en la Figura 2.a.

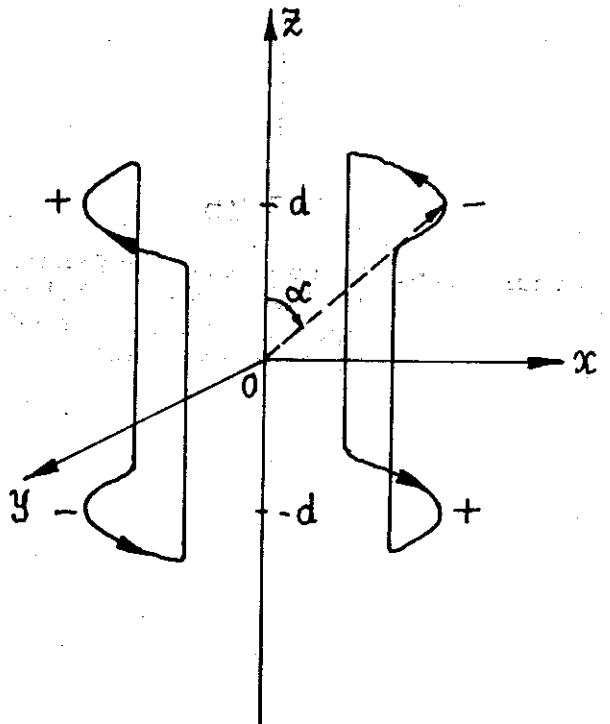


FIG. 2a

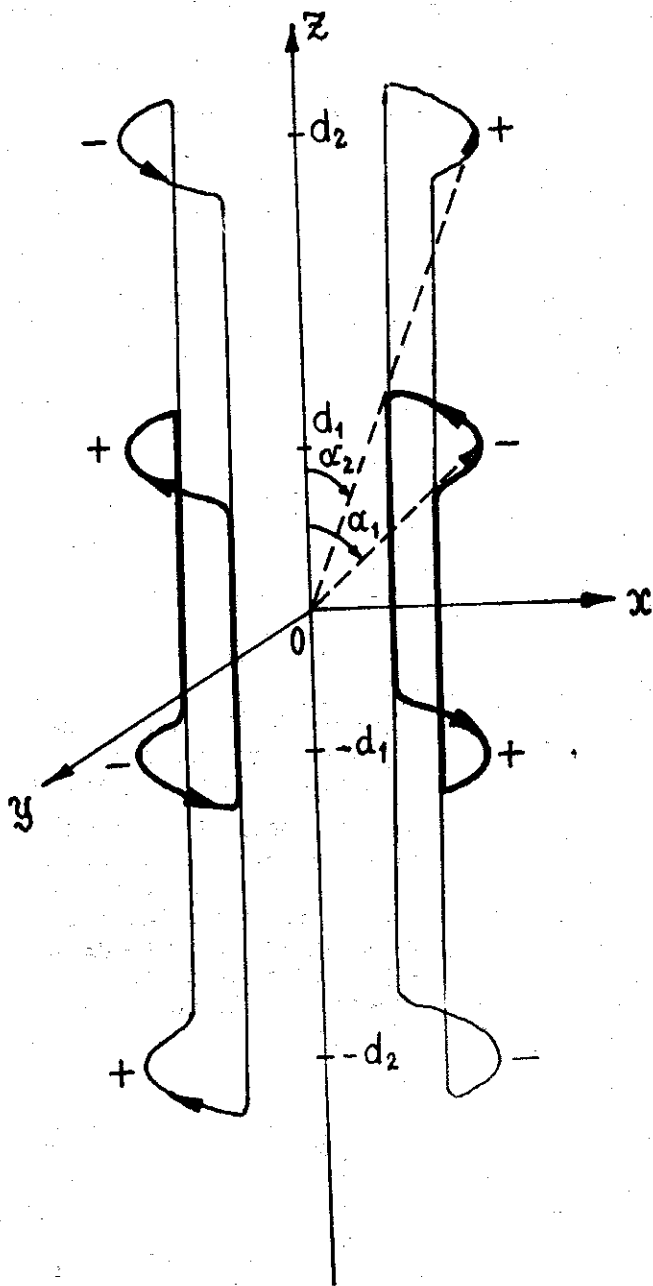


FIG. 2b

Figura 2.b. Destaca una configuración de dos pares de bobinas, equivalente a la mostrada en la Figura 2.a.

Figura 3. Muestra dos pares de bobinas saddle-shaped: un par está representado por la configuración A, que produce un campo $B_z = z(x^2 - y^2)$, y el otro por la configuración B que produce un campo $B_z = x(2xy)$.

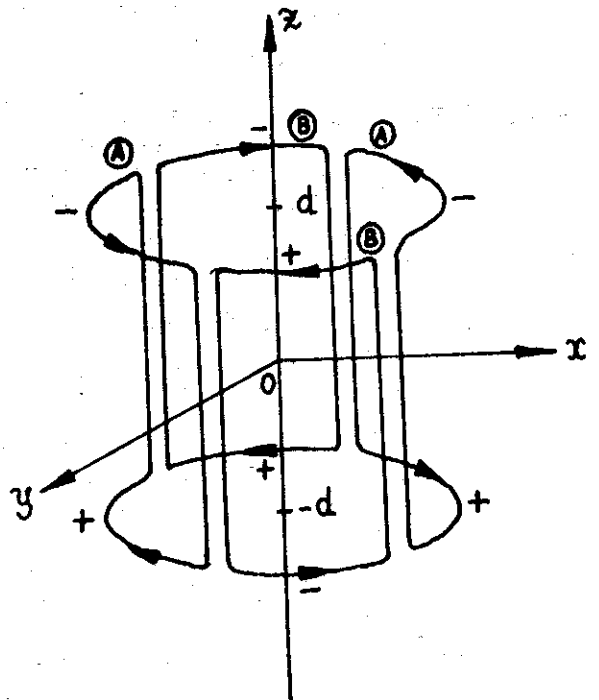


FIG. 3

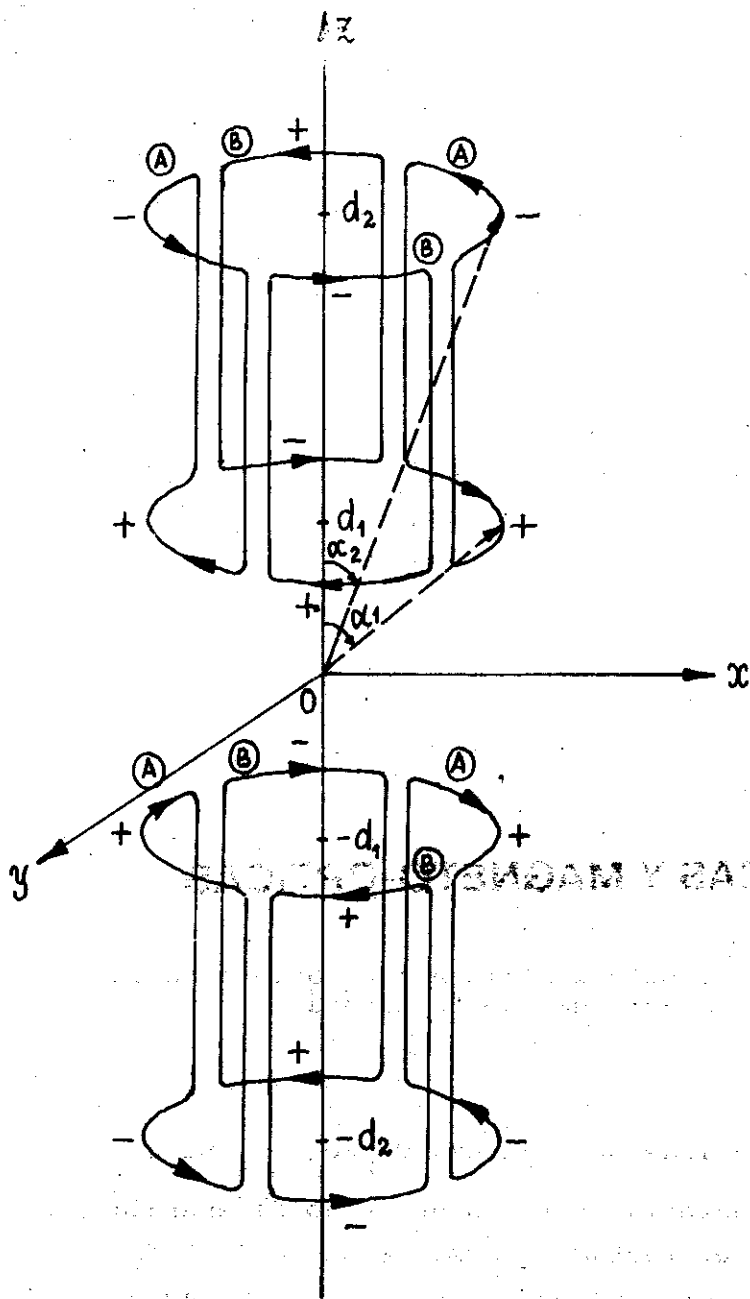


FIG. 4

Figura 4. Muestra 4 pares de bobinas: dos pares están representados por la configuración A, que produce un campo $B_z (x^2 - y^2)$, y el otro por la configuración B que produce un campo $B_z (2xy)$.

7. REFERENCIAS

[1] ANDERSON, N.A. (1961): Rev. Sci. Instrum., 32, 241-250.

[2] ROMEO, F: and D.I. Hoult (1984): Magn. Reson. in Medicine, 1, 44-65.

[3] TURNER, R. and R. BOWLEY (1986): J. Phys. E: Sci. Instrum.

[4] DITKIN, V.A. and A.P. PRUDNIKOV (1965): "Integral Transforms and Operational Calculus", Pergamon Press.

[5] LEBEDEV, V.N. (1965): Special function and Their applications, Prentice-Hall, INC. Englewood, Cliffs, N.J.

[6] SPIEGEL, M.R.: Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas, Editorial Dossat, S.A.

[7] TURNER, R. (1986): J. Phys. D: Appl. Phys., 19, 147-155.