DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LA REACTIVIDAD EMPLEANDO LA CINETICA INVERSA. FUNDAMENTOS TEORICOS DEL CODIGO CININV.

Javier Santos* . Carlos A. Caballero*. Javier C. Palacios **
* Centro de Tecnología Nuclear (CTN). Cuba.
** Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ). México.

RESUMEN.
En el trabajo se estudia la utilización de la cinética inversa para la determinación de la reactividad en un reactor nuclear. Se desarrollan aproximaciones para la resolución numérica de la ecuación de la cinética inversa del reactor y se implementan en un código de cálculo y medición denominado **CININV**. El código es validado mediante experimentos numéricos y datos experimentales. En este último caso la reactividad determinada con **CININV** se compara con los datos teóricos de efectividad de las barras reportados para el reactor TRIGA MARK III del ININ de México.

ABSTRACT
The use of the inverse kinetics for reactivity determination in a nuclear reactor is presented. Several approximations for the numerical solution of the reactor inverse kinetics equation are developed, and the measurements and computing code CININV is implemented. Numerical experiments and true experimental data are used for testing the code. These true data results from CININV are contrasted with the reported data of the control rods effectivity of the TRIGA MARK III reactor at ININ of México.

I.- INTRODUCCIÓN.

La determinación experimental de la reactividad es esencial para el estudio del comportamiento cinético y la validación de códigos de simulación y cálculo de los reactores nucleares y sistemas multiplicativos.

El presente trabajo está dedicado a la implementación en un código de cálculo de varias aproximaciones del método de la cinética inversa para la determinación de la reactividad. Simultáneamente se hace un estudio de cuáles aproximaciones son más eficaces para distintos casos hipotéticos de introducción de reactividad; así como la influencia del error en las constantes físicas en el cálculo. Por último se procesan mediciones experimentales realizadas en un reactor nuclear con el objeto de validar el código contra situaciones reales.

2 - DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE LA CINÉTICA INVERSA.

El método de la cinética inversa para la determinación de la reactividad se basa en expresar las conocidas ecuaciones de la cinética puntual, que aparecen por ejemplo en [1], en forma de que se obtenga la reactividad en función de la densidad neutrónica:

$$\rho(t) = \frac{\Lambda}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt} + \beta - \frac{1}{N(t)}\sum_{i=1}^{G} \lambda_i \beta_i \int_0^t N(t)\, e^{\lambda_i(t'-t)}\, d't + \frac{S(t)\Lambda}{N(t)} \qquad (1)$$

1

$N(t)$ se relaciona con la densidad neutrónica $n(t)$ y la eficiencia del detector W según:

$$N(t) = \frac{W}{\Lambda} n(t) \qquad (2)$$

2

En las ecuaciones anteriores: $\rho(t)$ - reactividad en el instante t, β_i - fracción efectiva del i-ésimo grupo precursor, $\beta = \sum_{i=1}^{G} \beta_i$ y G número de grupos de neutrones retardados, λ_i - constante de decaimiento del i-ésimo grupo precursor, Λ - tiempo de generación promedio de los neutrones instantáneos, $S(t)$ - potencia de la fuente de neutrones,

Durante la medición la señal $N(t)$ es una secuencia de valores discretos designados como N_k, que se acumulan en el intervalo de tiempo $[t_k; t_{k+1}]$ La reactividad ρ se determina promediando los valores en este intervalo tomando como función de peso a $N(t)$ [1]:

$$\rho_k = \frac{1}{N_k \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \rho(t) N(t) dt \qquad (3)$$

3

Con esta definición se puede integrar la ecuación (1) y obtener un sistema discreto recursivo para el cálculo de ρ_k [3][4]. La discretización del término derivativo de (1) se hace pasando a diferencias. El término integral de la propia ecuación, $\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t')d't \quad ; f(t') = N(t')e^{\lambda_i(t'-t)}$ es necesario resolverlo con alguna aproximación numérica. En la Tabla I se exponen los siete métodos aproximados que se proponen en este trabajo para resolver este término.

Tabla I

	Método	**Expresiones para ρ_k**	**Características.**
1	Valor const. del Integrando. **(VCI)**	$\rho_k = \frac{D_k}{N_k} + \beta - \frac{T_k}{N_k} - \frac{S\Lambda}{N_k}$ $D_k = \Lambda \frac{N_{k+1} - N_k}{\Delta t}, T_k = \sum_{i=1}^{G} A_i L_{ik} + H_{ik}$ $L_{ik} = L_{ik-1} E_i + N_{k-1}; \quad L_{io} = 0$ $H_{ik} = H_{ik-1} E_i; \quad H_i 0 = \beta_i N_0$ $A_i = \beta_i \lambda_i \Delta t; \quad E_i = e^{-\lambda i \Delta t}$	$f(t') = f(t_k)$
2	Método de los trapecios. **(MT)**	$\rho_k;\ D_k;\ L_{ik};\ H_{ik};\ L_{io};\ A_i;\ E_i = VCI,$ $T_k = \sum_{i=1}^{G} A_i \left(L_{ik} + \frac{N_k}{2} \right) + H_{ik}$ $H_i 0 = \beta_i N_0 (1 - \frac{\lambda_i \Delta t}{2})$	$f(t') = \frac{f(t_{k+1}) + f(t_k)}{2}$
3	Valor medio de $N(t')$. **(VMN)**	$\rho_k; D_k; T_k; H_{ik}; H_i 0; E_i = VCI,$ $L_{ik} = (L_{ik-1} + N_{k-1} + N_k) E_i; L_{io} = 0$ $A_i = \frac{\beta_i}{2} (\frac{1}{E_i} - 1)$	

4	Variación lineal de $N(t')$. **(VLN)**	$\rho_k; D_k; H_{ik}, H_i 0; E_i = VCI$ $A_i; L_{ik}; L_i 0 = VMN$ $T_k = \sum_{i=1}^{G} A_i L_{ik} + A1_i L1_{ik} + H_{ik}$ $L1_{ik} = (L1_{ik-1} + N_{k-1} + N_k) E_i; L1_i 0 = 0$ $A1_i = \frac{\beta_i}{\Delta t}(\frac{\Delta t}{2}(\frac{1}{E_i} + 1) - (\frac{1}{E_i} - 1)\frac{1}{\lambda_i})$	**Desarrollo en series de Taylor a $N(t')$ hasta el término lineal.**
5	Método de Simpson. **(MS)**	$\rho_{k+1} = \frac{D_{k+1}}{N_{k+1}} + \beta - \frac{T_{k+1}}{N_{k+1}} - \frac{S\Lambda}{N_{k+1}}$ $D_k = \Lambda\frac{N_{k+1} - N_{k-1}}{2\Delta t}; \quad A_i = \frac{A_i}{3}$ del VCI. $T_{k+1} = \sum_{i=1}^{G} A_i L_{ik+1} + H_{ik+1}$ $L_{ik+1} = ((L_{ik-1} + N_{k-1}) E_i + 4 N_k) E_i + N_{k+1};$ $H_{ik}; H_i 0; E_i = VCI. L_i 0 = 0.$	***1:Solución sólo para instantes de tiempo k, k+2, k+4, etc**
6	Variación cuadrática de $N(t')$. **(VCN)**	$\rho_{k+1}; D_k; H_{ik}; E_i = MS, \quad B_k = N_{k+1} - N_{k-1}$ $T_{k+1} = \sum_{i=1}^{G} \beta_i L_{ik} + H_{ik}; H_i 0 = \beta_i N_0 E_i$ $L_i 0 = (N_o E_i + N_1)\frac{\Delta t \lambda_i}{2}$ $I1_i = \frac{1}{E_i} - 1; I2 = \frac{\frac{\Delta t}{E_i} - I\frac{I_i}{\lambda_i}}{2\Delta t}$ $L_{ik} = E_i(L_{ik-1} + N_k I1_i + B_k I2_i + C_k I3_i)$ $I3_i = \frac{\frac{\Delta t}{E_i}(\Delta t - \frac{2}{\lambda_i}) + \frac{2I1_i}{\sqrt{\lambda_i}}}{2\Delta t^2}; C_k = VMC.$	**Desarrollo en series de Taylor a $N(t')$ hasta el término cuadrático.**
7	Valor medio de la variación cuadrática. **(VMC)**	$\rho_{k+1}; D_k; H_{ik}; E_i = MS; \quad A_i = \beta_i(\frac{1}{E_i} - 1);$ $T_{k+1} = \sum_{i=1}^{G} A_i L_{ik} + H_{ik}; H_i 0 = \beta_i N_0 E_i$ $L_{ik} = (L_{ik-1} + N_k + \frac{N_{k+1} - N_{k-1}}{4} + \frac{C_k}{6}) E_i$ $C_k = N_{k+1} + N_{k-1} - 2N_k; L_i 0 = \Delta t\frac{N_0 + N_1}{2}$	**Media de $N(t')$ con el desarrollo hasta el término cuadrático.**

3 - EXPERIMENTOS NUMÉRICOS REALIZADOS CON CININV.

Los métodos anteriormente descritos se implementaron en el código denominado **CININV**. El código es capaz de adquirir y procesar los datos de una tarjeta contadora acoplada a una cadena de detección neutrónica en régimen de pulsos. Por otra parte permite realizar simulaciones del proceso de medición generando una dependencia temporal de la señal del detector (ver ecuación 2) a través de las ecuaciones de la cinética puntual del reactor [1],[5]. Para la simulación numérica se usaron variaciones de reactividad en forma de salto en escalón, lineal, y según la ecuación teórica de una barra de regulación [6]. La solución de las ecuaciones de la cinética se realiza por el método de Runge-Kutta de orden 6 con refinamiento del paso para obtener una precisión menor de 1×10^{-4}. Una vez generada la variación temporal de la señal del detector la reactividad en cada intervalo $[t_k ; t_{k+1}]$ se puede determinar a través de las aproximaciones de la expresión (1) que aparecen en la Tabla I.

3.1 - Resumen de los resultados de los experimentos numéricos realizados con CININV.

En la Tabla II se compilan los resultados de los experimentos numéricos realizados. En todos los casos los errores oscilaron entre el 1% para los mejores métodos y el 20% para el método **VCI**. Los valores de las constantes nucleares usadas en estos cálculos aparecen en [9].

En la Tabla III se reflejan los resultados de un análisis de sensibilidad en el cual se perturban *exprofeso* las constantes físicas que intervienen en la ecuación (1). En cada caso analizado la reactividad se determina por el método aproximado que resultó ser el más exacto de su tipo. En cada casilla se muestra el error relativo porcentual respecto al caso en que las constantes no están perturbadas.

Tabla II.

ρ	**Condiciones.**	**Resultados.**
Escalón. $\rho(t)=0, t=0$ $\rho(t)=k, t>0$	$\rho=+0.1\$;\ \Delta t=0.1\ s;$ $t_0=2\ s;$ $t_{ini}=2.2\ s; t_{fin}=7\ s.$	Método más exacto **MS**, le sigue **VLN**. **VMN,VCN,VMC** similares. Luego **MT**, gran en error **VCI**. **MS** no se recomienda por ***1**.
Lineal.	$\rho_m x=+0.1\$;\Delta t=0.1\ s;$ $t_0=4\ s; t_{ini}=4.2s; t_{fin}=6s.$	Más exacto:**VLN. VMN,VCN,MS y VMC** muy similares. Luego **MT** y con gran error **VCI**.
Barra de regulación	$\rho_m x=+0.5\$;\Delta_t=0.1\ s;$ $t_0=2\ s; t_{ini}=2.2s; t_{fin}=6s.$	Más exacto:**VMN. MT** y **VCI** alto error. Los restantes muy próximos a **VMN,** más próx. **VLN.**

t_0*: instante en que se inserta la reactividad.*

t_{ini} *y* t_{fin}*: Inicio y final del calculo.*

Tabla III.

Perturbación: [%]	β_i -0 λ_i -100% Λ -0.	β_i -1% λ_i -0% Λ -0%	β_i -5% λ_i -0% Λ -0%	β_i -0% λ_i -0% Λ -100%
ρ **en escalón: +0.1$**	0	9.5	39.9	0.09
ρ **lineal hasta: +0.1$**	0	66.7	142	2.80
ρ **barra hasta: +0.1$**	0	142	184	3.03

Como se puede observar de la Tabla anterior, los métodos inversos son muy sensibles a los parámetros β_i y poco sensibles a los λ_i. Por otra parte se nota que la influencia de la distorsión en Λ es pequeña y reafirma que no es tan errónea la suposición de que durante todo el proceso cinético $(\Lambda = \frac{l}{k_{eff}})$ no varía (aunque se sabe que k_{eff} sí lo hace).

4 - DETERMINACIÓN DE LA REACTIVIDAD A PARTIR DE MEDICIONES DE LA VARIACIÓN DEL FLUJO NEUTRÓNICO EN UN REACTOR.

Para comprobar los métodos utilizados se utilizaron mediciones realizadas en el reactor TRIGA MARK III del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares de México [9]. La Tabla IV muestra los resultados del cálculo de la reactividad con los métodos de la variación cuadrática **VCN** y lineal **VLN** de la densidad neutrónica.

Tabla IV.

	Reactividad insertada (Teórica)[$]	**Reactividad calculada (CININV)[$]**	**Error [%]**
Barra Fina	-3.037	**VCN** -3.1540 **VLN** -3.1543	3.77 3.78
Barra Transitoria	-2.646	**VCN** -2.5469 **VLN** -2.5470	3.82 3.82
Todas las Barras	-6.688	**VCN** -6.5882 **VLN** -6.5887	1.50 1.49
- 0.5$ con Transitoria	-0.5	**VCN** -0.5155 **VLN** -0.5155	3.10 3.10

En todos los casos los errores no sobrepasan el 4% con respecto a los valores teóricos reportados en [9] y que aparecen en la segunda columna de dicha Tabla. Ambos métodos arrojan resultados muy similares.

5 - CONCLUSIONES.

El método de la cinética inversa con las aproximaciones que se describen para su cálculo resulta ser exacto y rápido. La aproximación de la variación lineal **VLN** resultó ser la de mejor comportamiento para saltos instantáneos en escalón e introducciones lineales de reactividad. Para el caso de una barra absorbente teórica, la aproximación del valor medio de la densidad neutrónica **VMN** resultó la mejor y muy cercano a él el **VLN**. En cuanto a tiempo de cálculo, todos son similares y dada su rapidez se pueden utilizar en mediciones *on-line* desde una PC con una tarjeta contadora interfaz.

Una conclusión general, que se desprende del análisis de la Tabla III, es que los métodos inversos son muy sensibles a la indeterminación en la cantidad de neutrones retardados generados por los precursores (β_i) (por extensión a la exactitud con que se conozca este dato) y poco sensibles a los parámetros λ_i. Esta conclusión refuerza la importancia de conocer con la mayor exactitud posible el valor de β_{eff} para su empleo en la simulación del comportamiento dinámico de un reactor nuclear. También se hace notar que la influencia de la incertidumbre en Λ es pequeña. Además concluimos que el cálculo empleando menos de seis grupos de precursores de neutrones retardados puede provocar grandes desviaciones debido a la forma en que se realice la promediación de las constantes involucradas en las ecuaciones del método, sobre todo a la hora de calcular β.

REFERENCIAS.

Keepin, G.R. Physics of Nuclear Kinetics. (Addison-Wesley, London) (1965).

Anselmi, L. **et al.** Aspect in the use of the inverse neutron kinetics technique. Nuclear Instrument and Methods 98 p.485 (1972)

Allen, J.W. **et al.** Statistical errors in subcritical reactivity inferred from inverse kinetics rod-drop measurements using three point method, Nuclear Technology, 22, p.315 ,June (1974).

Svoboda C. **et al.** Determinación de la reactividad mediante la cinética inversa en mediciones on-line. Jaderna Energie 20 (1974). (En idioma ruso).

Mogilner, A.I. **et al.** Use of small computers for measurement of reactivity. Atomnaya Energiya, 36 5, (1974).

Hermansky, B. Dinámica de los Reactores Nucleares. Esc. Sup. Téc. de Praga. p.29 (1984) (En idioma checo).

Hogan, W. S. Nuclear Science and Engineering 8,p.518, 1960.

Szatmáry Z. Program of experiments in the subcritical assembly. Anex to the End-of-Mission Report. Project AEA No. CUB/1/005-04. 1989.

Palacios J., Santos J. Caballero C. y otros. Determinación experimental de diferentes valores de reactividad insertada por las barras de control del reactor TRIGA MARK III. Reporte IT.SN.DEN11. ININ-México. 1993.