

# MEDICION DEL MODULO DE YOUNG EN MORTEROS Y VIGAS DE HORMIGON UTILIZANDO LA TECNICA ESPI O TV HOLOGRAFICA

Rolando González-Peña<sup>1</sup>, Luis Martí-López<sup>2</sup>, Rosa M. Cibrián-Ortiz de Anda<sup>3</sup>, Teresa Molina-Jiménez<sup>4</sup> y Carlos Piqueres-Ayela<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Instituto Superior Politécnico "José A. Echeverría" (ISPJAE)

<sup>2</sup>Laboratorio de Optoelectrónica, Centro de Neurociencias de Cuba

<sup>3</sup>Unidad Biofísica y Física Médica, Departamento de Fisiología, Facultad de Medicina, Universidad de Valencia, España

<sup>4</sup>Asociación Industrial de Óptica (AIDO), Parc Tecnològic, Valencia, España.

## RESUMEN

La técnica "Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI)" es utilizada para la medición dinámica del módulo de Young en morteros y en vigas de hormigón. Para tal propósito se emplearon vigas de dimensiones establecidas por las normas de fabricación UNE (España). Las vigas fueron fijadas por su centro y excitadas con un transductor piezoeléctrico por uno de los extremos libres. El transductor genera ondas, cuya frecuencia es sintonizada en un intervalo de 100 - 1000 Hz, que se propagan a lo largo de las vigas ensayadas. El sistema ESPI permite digitalizar las imágenes del otro extremo libre de la viga, cubierto de franjas cuyo número es proporcional a la amplitud de las oscilaciones. Cuando la frecuencia de excitación del piezoeléctrico se iguala a la frecuencia de resonancia de la viga, el periodo de las franjas se hace mínimo, es decir aumenta el número de franjas, por tanto detectando el máximo número de franjas, se puede conocer la frecuencia de resonancia y teniendo en cuenta una expresión derivada de la teoría de la elasticidad, es posible calcular el módulo de Young en morteros y vigas de concreto. Se presenta además los resultados obtenidos por los métodos tradicionales, observándose una buena correlación entre el método óptico y el método convencional de compresión, establecidos por las normas UNE.

**Palabras claves:** Electronic Speckle Pattern Interferometry, Módulo de Young, Resonancia.

## ABSTRACT

The ESPI technique is used for dynamical measurement of Young's elastic modulus. For this purpose there were used concrete beams which follow the UNE (Spain) dimension standards. They were fixed by their center and excited with a piezoelectric transducer in the free ends. The transducer generates waves whose frequency is settled between 100 and 1000 Hz and they travel through the ESPI system allows to digitize images from the free end covered with fringes and their number is proportional to the vibrations amplitude. When the piezoelectric excitation frequency equals the concrete beam resonant frequency, distance between fringes become the least one and their number increases. So detecting the biggest number of fringes you can know the resonant frequency value and this will provide the way of estimating Young's modulus bias elastic theory. Results obtained with traditional methods are also showed and compared to the ESPI optic method.

## INTRODUCCION

La medición de las propiedades de los materiales y, en particular, de sus propiedades mecánicas es tarea siempre actual en diversos ramos de la ciencia y la ingeniería, tanto para caracterización experimental de ellos como para el control de calidad en los procesos de producción. Entre los parámetros más importantes que caracterizan las propiedades mecánicas de un sólido se encuentra el módulo de Young. La medición del módulo de Young es indirecta y se realiza por métodos que pueden ser estáticos o dinámicos. Estos métodos están adaptados a la naturaleza y condiciones del sólido que se desea caracterizar.

En la medición del módulo de Young en vigas o morteros, por ensayos estáticos a compresión con el empleo de transductores electromecánicos, los datos experimentales que se obtienen se aplican en la fórmula analítica deducida de la teoría de la elasticidad para el módulo de Young. Aquí el módulo de Young se expresa como función de variables como las cargas y las deformaciones (o los desplazamientos) y de parámetros como las dimensiones de la probeta (especimen). Ello significa que la forma de la probeta y el diseño del experimento tienen que ser cuidadosamente seleccionados, Pisarenko y otros (1979).

La influencia de la posición de los transductores en la precisión de la medición y la necesidad de asegurar un buen contacto de éstos con la probeta que se estudia hacen que estos métodos hallan sido sometidos a crítica y que se investiguen nuevos métodos de medición libres de esos problemas.

La medición dinámica del módulo de Young mediante la determinación de la frecuencia de resonancia sigue principios similares: el ensayo se concibe en forma tal que el módulo de Young de la probeta se exprese como función sencilla, conocida teóricamente, de la frecuencia de resonancia (preferiblemente del modo de oscilación fundamental) y de parámetros de ella. La ventaja de la medición dinámica sobre la medición estática es que la posición de los transductores tiene influencia mucho menor sobre el resultado de la medición. No obstante, persiste el problema de garantizar el contacto del transductor a la probeta. Por esta razón, son muy atractivos los métodos ópticos de medición, los cuales no necesitan de contacto físico con la probeta y pueden dar información de los desplazamientos de todos los puntos de su superficie, para con esos datos hallar el módulo de Young, Monchalin (1986).

La medición estática del módulo de Young mediante las técnicas de interferometría holográfica, interferometría de speckle y ESPI ha sido reportada por Kasprzak (1994) y Read (1998). Las dificultades del cálculo de los desplazamientos y las deformaciones en estos métodos ópticos y la ocurrencia de desplazamientos espurios son sus principales inconvenientes.

La medición dinámica del módulo de Young mediante las técnicas de holografía en tiempo promedio, interferometría de speckle y ESPI también ha sido reportada por Bayón y otros (1993), Wang y otros (1996) y Brown (1998). En estos trabajos se demuestra que la medición dinámica mediante las técnicas antes mencionadas está libre de los problemas anteriores. Sin embargo, como las probetas empleadas en ellos poseen propiedades marcadamente diferentes a las de hormigones y los morteros no se puede afirmar que ellas son adecuadas para la medición del módulo de Young de esos materiales.

El objetivo en este capítulo es demostrar la aplicabilidad de la técnica ESPI para la medición dinámica del módulo de Young mediante la determinación de frecuencia de resonancia correspondiente al modo de oscilación de flexión fundamental en probetas de morteros de arena – cemento y en vigas de hormigón. Para lograr este objetivo se realizará la simple inspección de las franjas que se forman para cada frecuencia del estímulo, aspecto no tratado por los anteriores trabajos relacionados con el tema.

## Método de Resonancia en vigas.

### Fórmula para determinar el módulo de Young

Los métodos de resonancia consisten en someter vigas, probetas prismáticas o cilíndricas a una vibración elástica y encontrar la frecuencia de resonancia. En nuestro caso el ensayo se realiza haciendo pasar una onda sinusoidal en el sentido geométrico, es decir en la dirección correspondiente a la dimensión más larga de la probeta, y detectar la amplitud de las oscilaciones.

Los diferentes modos de vibración que pueden ocurrir dependen de las condiciones de fronteras que se le impongan a la probeta, numerosos autores, citados anteriormente, sujetan o apoyan la probeta en dos puntos equidistantes de cada extremo de la misma, sin embargo en nuestro caso la restricción se aplica en la parte central. En cualquiera de las dos variantes la solución de la ecuación diferencial (autovalores) estará en función de los parámetros geométricos y mecánica de la probeta.

Supongamos una viga uniforme en equilibrio dinámico, de sección constante y el material elásticamente homogéneo, las características elásticas  $E$  y las máscas son constantes, queda:

$$\frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

De la solución armónica se pueden obtener la expresión para la frecuencia del modo  $n$ -ésimo

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

donde  $\rho$  es la densidad del material.

Teniendo en cuenta el modo fundamental, la expresión de trabajo para calcular el módulo de Young será:

$$E = 4l^2 f_1^2 \rho \quad (3)$$

## EXPERIMENTO

### Diseño del experimento

Para la obtención de la frecuencia de resonancia en las diferentes probetas, se realizaron las siguientes consideraciones experimentales:

*Condición del empotramiento:* la viga estará fijada en su parte central, quedando libre sus dos extremos.

**Condición del transductor:** deberá estar situado en unos de los extremos libres de la probeta, sin imponer ninguna restricción mecánica a las oscilaciones libres; además que su respectiva frecuencia de resonancia debe estar muy alejada de la frecuencia natural de cada probeta.

**Condición de visualización:** el otro extremo libre de la probeta debe quedar paralelo al plano de registro de la información, de manera tal que las franjas que se visualicen sean fáciles de cuantificar.

Este ensayo fue reportado por J.M Tobio (1962), el cual mediante un receptor de señales y un osciloscopio registraba la frecuencia de resonancia de la probeta ensayada y determinaba su módulo de Young característico. La posibilidad de que el receptor, tuviese un valor de frecuencia de resonancia próxima a la de la probeta, así como que introdujera restricciones mecánicas a la misma, hemos diseñado un experimento donde se aplique la técnica ESPI y prescindir de dicho receptor de señales.

Mediante el sistema ESPI para la medición de deformaciones fuera del plano, se procede a obtener las imágenes del extremo libre de la probeta. Para cada frecuencia de vibración del transductor comprendida en el intervalo entre 1000–10000 Hz, se seleccionan aquellas imágenes con franjas cuya resolución sea significativa y que permitan su posterior tratamiento digital.

### Preparación de los morteros y vigas de hormigón

En la preparación de los morteros, de dimensiones 40 x 40 x 160 mm, se emplearon dosificaciones de 3:1 y 3:2 (arena/cemento), utilizándose áridos muy finos y cemento Portland P350, la densidad media estimada en estos casos fue de 1520-1720 kg/m<sup>3</sup>, la relación agua/cemento para ambos casos fue de 0.6.

En el caso de las vigas de hormigón (figura foto de viga) se prepararon en coordinación con la empresa de prefabricado PREVALESA de la Ciudad de Valencia, España, teniendo en cuenta las normas UNE 83301, destacándose los siguientes requerimientos:

Probeta cilíndrica de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura. En nuestro caso según lo que estipula la norma se pudieron utilizar otros tipos de probetas de ensayos cumpliendo las exigencias de que la relación longitud/diámetro estuviese entre los valores 2 y 4, y que el diámetro  $d$  sea al menos 3 veces el

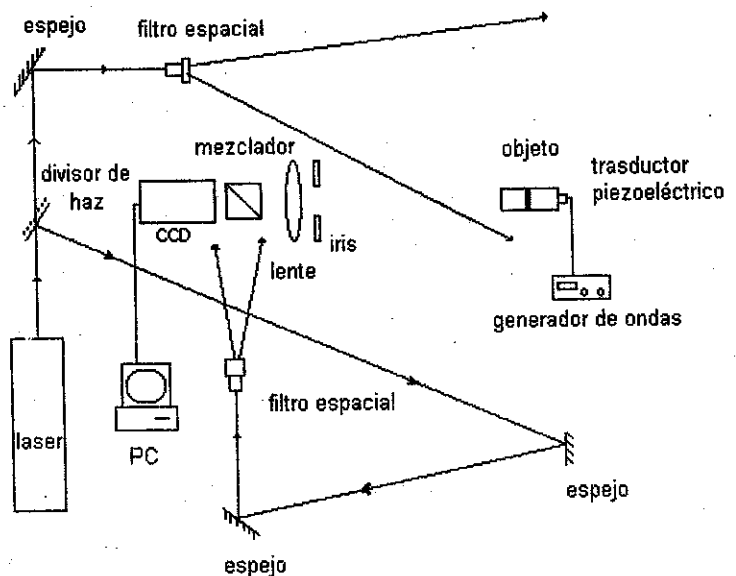
tamaño máximo del árido en el hormigón. La dosificación empleada fue: 1200 kg de arena, 700 kg de grava, 310 kg de cemento y 160 L de agua, siendo la densidad media de 2340 kg/m<sup>3</sup> y la relación agua/cemento igual a 0.52.

Los procedimientos de curado y extracción de probetas testigos de los morteros y vigas de hormigón, a una temperatura de 298 K y 75 % de humedad, están referidos a la norma UNE 83302 y UNE 83303, lo cual permitió realizar los experimentos a las 48 horas y a los 9 días de fraguado, reportándose solo los resultados para estos últimos.

### Sistema experimental

La Figura 1 muestra un arreglo experimental, para la medición de la frecuencia de resonancia. El haz de láser es dividido en dos, mediante un divisor de haz. Uno de ellos ilumina la superficie de unos de los extremos libres de la probeta (*haz objeto*). El otro haz (*haz de referencia*), por medio del cubo mezclador de haz, incide paralelo al haz objeto sobre la superficie sensible de la cámara CCD. El transductor se coloca en el otro extremo libre de la probeta. Mediante el iris se regula el tamaño del speckle en el plano imagen, situado en la cámara CCD.

La diferencia de camino óptico entre el haz objeto y el de referencia debe ser menor que la longitud de coherencia del láser y la relación de intensidades entre el haz de referencia y el haz objeto debe ser 3:1.



**Figura 1.** Sistema experimental para la determinación del módulo de Young.

## Procesamiento digital de las imágenes

El sistema de vídeo registra una imagen del objeto en reposo (imagen de referencia). Sucesivas imágenes se sustraen a dicha imagen de referencia, después que se pone en funcionamiento el transductor. La imagen resultante se proyecta en el vídeo monitor para su posterior interpretación. La imagen final queda registrada después de un periodo transitorio, y en la misma aparece el objeto cubierto de franjas oscuras y brillantes que permanecen estacionarias. Mediante el software Adobe Photoshop (versión 3.0) se realiza un realce de la calidad de las franjas.

Las imágenes obtenidas para cada frecuencia del transductor se muestran en la Figura 2. Teniendo en cuenta el criterio de que a medida que la frecuencia del transductor se aproxima a la frecuencia de resonancia, la amplitud de las oscilaciones aumenta y por ende el número de franjas o lo que es lo mismo el período de las franjas decrece, podemos discernir en que frecuencia del estímulo está en correspondencia con la frecuencia fundamental del objeto, con el simple hecho de visualizar cada patrón que se va obteniendo para cada frecuencia.

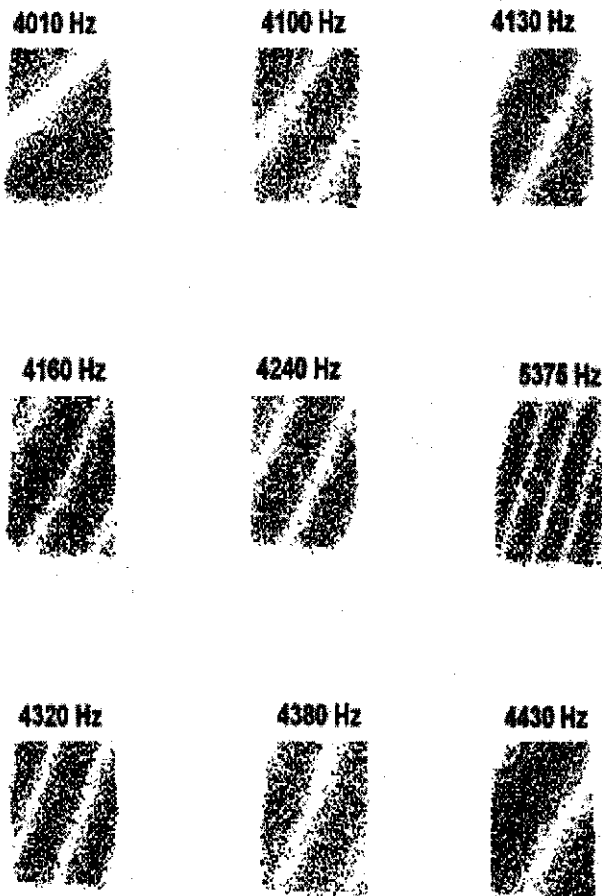


Figura 2. Patrones correspondientes a morteros de arena-cemento (dosificación 3:1) para 2 días de fraguado.

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los ensayos para determinar el módulo de Young en morteros y vigas de hormigón se realizaron a los 9 días de fraguado. Se procedió a la toma de las imágenes, para cada intervalo de frecuencia.

La Tabla 1 muestra los valores del módulo de Young estimado para diferentes morteros a los 9 días de fraguado, a partir de la realización de ensayos a compresión realizados en la Universidad de Alicante. La Tabla 2 reporta los resultados obtenidos por el método de resonancia-ESPI, señalándose los valores típicos reportados por la literatura (a).

Tabla 1. Valores del módulo de Young en morteros de arena-cemento según ensayos a compresión, al cabo de 9 días de fraguado.

No. de probetas	Densidad, kg/m <sup>3</sup>	Módulo de Young, GPa
1	1540	4.50
2	1520	4.84
3	1530	4.55
4	1540	4.84
5	1550	4.89
6	1590	4.73

Tabla 2. Valores del módulo de Young en morteros de arena-cemento según ensayo óptico, correspondiente a los 9 días de fraguado.

OBJETO	Frecuencia de Resonancia, Hz	Módulo de Young, GPa	Módulo de Young, GPa
Mortero (3:1)	5375 ± 0.5	4.5 ± 0.2	4.51 <sup>a</sup>
Mortero (3:2)	5588 ± 0.5	5.5 ± 0.2	5.44 <sup>a</sup>

En cuanto a las vigas de hormigón (Tabla 3) se reportan los resultados obtenidos por la técnica óptica y por el método de compresión establecido en la norma UNE - EN 1352 (b)

Tabla 3. Valores del módulo de Young en vigas de hormigón

Tiempo de fraguado	Frecuencia de Resonancia, Hz	Módulo de Young, GPa	Módulo de Young, GPa
9 días	5703 ± 1.0	27.4 ± 1.0	27.5 ± 2 <sup>b</sup>

## Estimación de los errores. Análisis de los resultados obtenidos

La incertidumbre en las mediciones del módulo de Young depende de los errores que introducen las mediciones de las magnitudes directas en la expresión 4. Las magnitudes indirectas  $\rho, l, S$  dependen de la medida de la longitud, la cual es una medición directa. El error relativo estimado para la longitud resultó ser un 0,25 %. Por tanto el error relativo para estas magnitudes se estimó en un 0,76 %, 0,50 % y 1 % respectivamente.

En el caso de la frecuencia de excitación, el error fue estimado en un 0,11 %. Luego el error estimado para el módulo de Young fue de un 3,5 %. Las mediciones del módulo de Young por el método tradicional tienen una incertidumbre de un 7 %.

## Análisis de los resultados

En todos los casos, existe una buena correlación entre los valores obtenidos por el ensayo a compresión y los determinados por la técnica óptica. El módulo de Young es función de la dosificación empleada y de la resistencia a compresión. Aunque no se realizó un estudio completo del comportamiento del módulo de Young por la técnica ESPI, sí se hizo para el ensayo a compresión, donde se observa que los valores experimentales están en correspondencia con el ensayo convencional.

Las condiciones de fronteras impuestas en la expresión de trabajo se cumplen de forma aproximada; el área de fijación de la muestra tiene un ancho de 1 cm por tanto la condición de que en esa zona exista un nodo, es una aproximación, luego como las dimensiones lineales  $l \gg 1$  cm, podemos considerar válida la expresión de trabajo. Analizando las diferentes imágenes correspondientes a cada valor de frecuencia, observamos que la formación de franjas no presenta una regularidad uniforme, que pudiera estar dada por la condición de empotramiento referida en el párrafo anterior, incluso

se aprecian franjas de igual inclinación en el sistema de fijación de las probetas, es decir el sistema en su conjunto vibra como un todo, no obstante esto no imposibilitó la medida del módulo de elasticidad con buena precisión.

## CONCLUSIONES

El uso de la técnica ESPI permite visualizar en tiempo real la superficie del objeto sometido a una vibración externa, lo cual ayuda a valorar de forma rápida el momento en que la probeta de ensayo entra en resonancia, con la simple observación del número de franjas que se forman al sintonizar una frecuencia dada de excitación del transductor piezoeléctrico.

Los valores del módulo de Young reportado por la literatura y por los métodos convencionales concuerdan con los obtenidos en el experimento.

En el caso de las vigas de hormigón, son aproximados ya que debido a las series de imperfecciones en su estructura (huecos, fisuras, uniones cemento-árido, etc.) originan unas pérdidas en la energía elástica. Esto puede mejorarse haciendo correcciones en la expresión de trabajo teniendo en cuenta el coeficiente de Poisson, aspecto no tratado en la tesis.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Dr. Francisco Gascón Latasa (Departamento de Física Aplicada, E. T. S. Arquitectura, Universidad de Sevilla) el cual me exhortó a llevar a cabo este trabajo; al Dr. José María Guijarro (Asociación Industrial de Óptica, Valencia) por permitir realizar este trabajo en su laboratorio. Este trabajo se lleva a cabo mediante el financiamiento de una beca de la Universidad de Valencia, bajo el coauspicio de la Facultad de Medicina de dicha Universidad. Por último se reconoce la ayuda recibida por la Compañía PREVALESA en la preparación de las probetas y de la realización de los ensayos a compresión.

## REFERENCIAS

1. BAYON, A.; F. GASCON and A. VARADE (1993): "Measurement of the longitudinal and transverse vibration frequencies of a rod by speckle interferometry", *IEEE Trans. Ultrason. Freq. Contr.* 40(3), 265-269.
2. BAYON, A.; A. VARADE and F. GASCON (1997): "Elastic characterization of isotropic materials by a single test based on the experimental determination of natural frequencies using laser interferometry", *J. Acoust. Soc. Am.* 101(4), 1990-1993.
3. NIEVES, F. J.; F. GASCON F and A. BAYON (1998): "Estimation of elastic constants of a cylinder with a length equal to its diameter", *J. Acoust. Soc. Am.* 104 (1), 176-1180.
4. GASCON, F.; A. BAYON and A. VARADE (1998): "Measurement of longitudinal vibrations in a slender rod by optical heterodyne interferometry", *Eur. J. Mech., A/Solids* 17(1) 167-177.

5. PRYPUTNIEWCZ, R.J and K.A. STETSON (1989): "Measurement of vibration patterns using Electro-optic holography", **Proc. SPIE**, 1162, 456-467.
6. TRAMPE BROCH, J. (1980): **Mechanical vibration and shock measurement**, Editorial Bruel & Kjaer, Naerum, Denmark.
7. Standard UNE 83301 (Abril 1996): Ensayos de hormigón. Fabricación y conservación de probetas, AENOR (España).
8. Standard UNE-EN 1352 (Junio 1997): Determinación del módulo de elasticidad estática bajo compresión del hormigón curado en autoclave o de áridos ligeros con estructura abierta, AENOR (España).
9. CREMER, L. (1973): **Structure-borne sound. Structure vibrations and sound radiation at audio-frequencies**, Editorial Springer - Verlag, New York.