

# ACLARANDO LA LÓGICA BORROSA (FUZZY LOGIC)

Manuel Hernández Calviño\*, Facultad de Física, Universidad de La Habana

## RESUMEN

La Lógica Borrosa es un formalismo matemático que pretende emular la habilidad que tienen algunas personas para tomar decisiones correctas a partir de datos vagos o imprecisos y que están expresados lingüísticamente. En la última década la Lógica Borrosa se ha utilizado fundamentalmente para realizar sistemas de control de procesos o de ayuda a toma de decisiones, porque permite aprovechar la experiencia de un experto humano e implementar el sistema rápida y eficientemente. El presente artículo divulgativo pretende llevar al lector sus ideas básicas e ilustrar el método de desarrollar un controlador basado en ella. Finalmente se listan algunas de sus aplicaciones más importantes en Japón.

## ABSTRACT

Fuzzy Logic is a mathematical formalism aimed to emulate the ability of certain people to take right decisions departing from data which is expressed linguistically in terms vague or imprecise. In the past decade Fuzzy Logic has been mainly used to implement process control systems and decisions making aid, because it allows to profit from human expertise reducing development time. This introductory paper presents the reader Fuzzy Logic basic ideas and illustrates the method to build a controller based on it. Finally, a list of some important applications in Japan is presented.

## INTRODUCCIÓN

La Lógica Borrosa (LB) surgió como consecuencia natural de la observación de que ciertas personas tienen suficiente habilidad para tomar decisiones correctas a partir de un conjunto de datos que están expresados lingüísticamente de forma vaga o imprecisa (borrosos), casi siempre utilizando adjetivos o adverbios como **mucho**, **alto**, **normal**, **muy**, etc. Tales personas pueden controlar eficientemente un proceso tecnológico<sup>1</sup> (un buen ejemplo cubano es el tradicional puntista en un central azucarero que controla el proceso de cristalización del azúcar), diagnosticar una enfermedad a partir de síndromes y síntomas (el médico clínico) o tomar una decisión acertada en el mercado de valores.

La LB es un cuerpo teórico que pretende emular tales capacidades mediante su formalización y forma parte junto a las redes neuronales, los algoritmos genéticos, los sistemas expertos, etc. de los muchos esfuerzos que se hacen para crear la llamada "inteligencia artificial". Mediante la utilización de la LB se pueden desarrollar sistemas de control de procesos o de ayuda a toma de decisiones, con las siguientes ventajas:

- Eficiencia y rapidez en la implementación, porque brinda una metodología para aprovechar la experiencia de un experto.
- Tiene éxito en aquellos casos en que los datos de entrada por su propia naturaleza son escasos, imprecisos o ruidosos.

- Hace innecesario modelar detalladamente el sistema que se pretende controlar o predecir, porque utiliza un método heurístico.
- Permite controlar sistemas con una no-linealidad muy marcada, donde las estrategias tradicionales, casi siempre controladores del tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) ofrecen pobres resultados.

Trescientos años a.n.e., Aristóteles estableció su llamada Ley de Bivalencia que afirma que cualquier sentencia es verdadera o falsa (1, 0), pero no ambas cosas a la vez. La lógica aristotélica nos ha sido útil por más de 2000 años y está en los cimientos de la Matemática y en el principio de funcionamiento de nuestras computadoras. Pensadores posteriores sugirieron que el mundo está lleno de contradicciones, de cosas que son y no-son a un tiempo y que por tanto una tercera región debía ser considerada. En el siglo pasado, un matemático llamado Lukasiewicz<sup>2</sup> propuso inicialmente una lógica trivalente. Posteriormente experimentó con lógicas de cuatro y cinco valores y finalmente llegó a la conclusión que una lógica con infinitos valores era tan plausible como una lógica con un conjunto finito de ellos. La LB es precisamente eso, una lógica con infinitos valores que puede verse como una generalización de la lógica bivalente tradicional.

Muchas veces tenemos la falsa idea que describir algo con un término lingüístico y aparentemente vago, tiene menos información que si brindamos un valor exacto. Para comprenderlo mejor piénsese en el siguiente ejemplo: Es más rico en información decir **María es alta** que decir **María mide 1.90 m.**, porque

E-mail: \*mhernan@ff.oc.uh.cu

en el primer caso clasificar a María de **alta** realmente quiere decir: **María tiene una estatura que supera en dos desviaciones estándar a la media de los individuos de su sexo, raza y cultura.** La razón es simplemente que el concepto de persona **alta** es contextual y lleva implícito mucha información adicional. Esto es precisamente lo que se propone la LB, operar con conceptos aparentemente vagos o subjetivos pero que en realidad contienen mucha información, de los que se pueden obtener conclusiones útiles. En última instancia, la filosofía de la LB es que el razonamiento exacto es un caso particular y límite del razonamiento aproximado.

Surgida en los años 60, la LB pasó por una necesaria etapa de desarrollo teórico durante las siguientes dos décadas y por supuesto ha tenido y tiene muchos detractores<sup>3</sup>, quienes han tratado de demostrar con cierto éxito que es innecesaria. Sus defensores asumen una posición pragmática y argumentan que el éxito de su utilización justifica por sí solo el seguir impulsando su desarrollo. Lo cierto es que la década de los 90 ha sido testigo de una explosión de su utilización en los más diversos campos de aplicación, que van desde el control de una simple lavadora doméstica de ropa hasta el de una central electro-nuclear. En la actualidad son numerosas las publicaciones en el mundo y los grupos que se dedican a estudiar los llamados "sistemas borrosos".

### La teoría de los Conjuntos Borrosos

Se considera que el padre de la LB es el azerbaijano Lofti Zadeh quien trabajando en la Universidad de Berkeley a principios de la década de los 60, publicó un par de trabajos<sup>4,5</sup> ahora considerados medulares sobre lo que él denominó los Conjuntos Borrosos y cuya característica esencial es que, a diferencia de los conjuntos Booleanos clásicos, la propiedad de pertenencia de un elemento a un determinado conjunto, se describe por una función que puede variar continuamente entre 0 y 1, llamada Función de Pertenencia (FP). En el álgebra de Boole clásica, la propiedad de un ente de pertenecer a un conjunto específico sólo puede tomar dos valores (falso, verdadero) a los que se les asigna por convenio los valores extremos 0 y 1, pero no hay valores intermedios.

La FP puede interpretarse como el grado en que el elemento particular que estamos considerando cumple con las especificaciones que definen a los elementos del conjunto en cuestión y no debe interpretarse como la probabilidad de pertenencia. Si la probabilidad de que el elemento X pertenezca al conjunto A es de 0.8 y afirmamos que X pertenece al conjunto A, tenemos 80 % de probabilidad de acertar, pero el elemento intrínsecamente pertenece o no-pertenece a A. Cuando decimos que la FP de X es 0.8 queremos decir que cumple en nuestro

criterio con el 80 % de las características que definen a los elementos del conjunto A. En resumen, la probabilidad indica incertidumbre estadística mientras que la FP indica vaguedad y subjetividad. A los creadores de la LB les costó trabajo apartarse del concepto de probabilidad y convencerse de que la FP describe una cualidad distinta.

Para comprender mejor lo que estamos explicando veamos un ejemplo sencillo. Supongamos que la temperatura corporal de un paciente es clasificada en tres términos lingüísticos: **normal**, **moderada** y **elevada**. Supongamos también que definimos a los pacientes con temperatura **elevada** como aquellos con  $T = 39^{\circ}\text{C}$ . Está claro que en el contexto clínico, un paciente con  $T = 38.99^{\circ}\text{C}$  representa la misma situación. Imaginemos que un sistema de monitoreo vigila a los pacientes y alerta cuando la temperatura es **elevada**. Se producirá una transición brusca al pasar de  $38.9^{\circ}\text{C}$  a  $39^{\circ}\text{C}$ , aunque el cuadro clínico quizás no haya cambiado sustancialmente. Es más, aumentar la precisión de la medición no resolvería el problema, porque un paciente con  $T = 38.999^{\circ}\text{C}$  sigue clasificando como con temperatura **moderada** y el ruido de la medición puede activar la alarma frecuentemente.

Lo que propone Zadeh es definir para cada conjunto (pacientes con temperatura normal, moderada y elevada) una función de pertenencia tal como muestra la Figura 1. Así un paciente con  $T = 36.5^{\circ}\text{C}$  definitivamente pertenece al conjunto de las personas con temperatura corporal **normal** ( $FP = 1$ ), mientras que un paciente con  $T = 38.2^{\circ}\text{C}$  pertenece al mismo tiempo a los conjuntos **moderada** ( $FP = 0.6$ ) y **elevada** ( $FP = 0.2$ ) y definitivamente no pertenece al conjunto de los pacientes con temperatura corporal **normal** ( $FP = 0$ ).

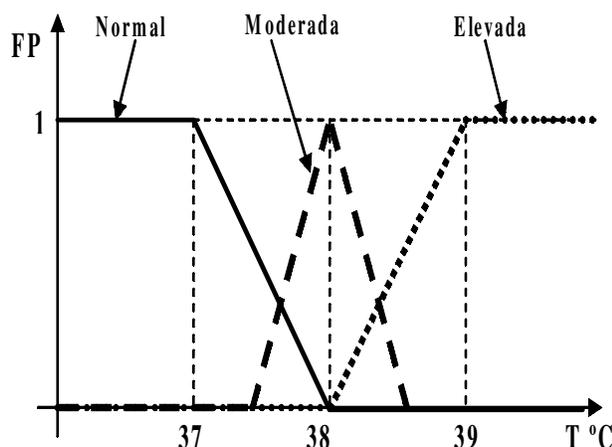


Figura 1. Funciones de pertenencia de la variable T.

Para poder operar con los Conjuntos Borrosos es necesario definir las operaciones elementales entre ellos, léase la UNIÓN, la INTERSECCIÓN y el COMPLEMENTO. Esto implica definir el modo de

calcular las FP a estos tres conjuntos. Sean FP (X) y FP (Y) las funciones de pertenencia correspondientes a los conjuntos borrosos X y Y. Zadeh propone:

|                           |   |
|---------------------------|---|
| <b>Intersección o AND</b> | <b>FP (X AND Y) = mínimo de (FP (X), FP(Y))</b> |
| <b>Unión u OR</b>         | <b>FP (X OR Y) = máximo de (FP (X), FP (Y))</b> |
| <b>Complemento o NOT</b>  | <b>FP (Complemento X) = 1 – FP (X)</b>          |

Estas definiciones tienen dos rasgos interesantes. En primer lugar el lector fácilmente se dará cuenta que las operaciones lógicas AND, OR y NOT clásicas con conjuntos booleanos cumplen con estas definiciones. Si  $A = 0$  y  $B = 1$ ,  $A * B = 0$  porque toma el mínimo de ambos valores y  $A + B = 1$  porque toma el máximo. Las operaciones con conjuntos borrosos son asociativas, conmutativas y distributivas y también cumplen con las leyes de DeMorgan. De esta forma la lógica de los conjuntos borrosos puede considerarse como una generalización de la lógica booleana<sup>6</sup>.

En segundo lugar, puede observarse que si la FP se interpretara como la probabilidad de pertenencia a un conjunto, entonces la FP del conjunto Intersección sería el producto de las FP individuales. Puesto que estamos hablando de funciones comprendidas en el intervalo cerrado 0-1, es evidente que  $FP (X) * FP (Y) < \text{mínimo de } (FP (X), FP (Y))$ , es decir, si hubiéramos definido la FP del conjunto intersección como el producto de las FP individuales, se obtendría un valor menor y por tanto representativo de una categoría lingüística inferior. Supongamos que la estatura de una persona se clasifica con los términos lingüísticos **alto**, **mediano** y **bajo** y su peso con **gordo**, **normal** y **flaco**. Supongamos también que alguien en particular se clasifica como perteneciente al conjunto **alto** con  $FP = 0.6$  y al **gordo** con  $FP = 0.5$ . La FP correspondiente al conjunto intersección **alto AND gordo** es 0.5, mientras que si interpretáramos las FP individuales como probabilidades, la probabilidad de ser a un tiempo alto y gordo es de sólo 0.3.

Como el lector habrá podido observar las reglas de la LB no tienen nada de "borrosas" y están perfectamente definidas por lo que quizás sería más adecuado llamarla "lógica de las variables borrosas".

### Los controladores basados en Lógica Borrosa

La ventaja fundamental que tiene la LB es que permite desarrollar sistemas de toma de decisiones o controladores en tiempo real, aprovechando la experiencia humana. Esto agiliza la etapa de implementación, porque evita tener que desarrollar modelos matemáticos exactos del proceso que se desea controlar, lo que es imprescindible con las estrategias de control convencionales. Hay muchos problemas de control donde tales modelos no existen o son difíciles de obtener. Otra ventaja de la LB es que tiene éxito en aquellas situaciones donde son pocos los datos de entrada, tienen poca resolución o la relación señal/ruido es pequeña.

Para comprender mejor cómo se desarrolla un controlador basado en LB, hagámoslo con un ejemplo hipotético. Supongamos que tenemos un proceso tecnológico donde es necesario para la buena marcha del mismo, controlar la temperatura **T** (variable de salida). Supongamos también que las variables físicas que sirven de indicadores en cada momento de que la temperatura debe ser modificada son la presión **P** y el flujo **F**. (Variables de entrada)

Con la ayuda de un experto en controlar este proceso, comenzaríamos por definir los términos lingüísticos de las dos variables de entrada y la de salida. Supongamos que para la temperatura el experto utiliza los términos **frío**, **tibio** y **caliente**; para la presión utiliza **alta**, **media** y **baja** y para el flujo **mucho**, **normal** y **poco**. El siguiente paso es definir las FP de las tres variables. En esta etapa del proceso el experto nos dirá, por ejemplo, a partir de cual temperatura  $T_1$  él considera al proceso ciertamente **frío** ( $FP = 1$ ) y la temperatura  $T_2$  donde definitivamente deja de serlo ( $FP = 0$ ). En el intervalo  $T_1, T_2$  la FP toma valores intermedios. Así se procede con las dos variables de entrada y la variable de salida. Para calcular los valores de FP en la zona de transición, se prefiere utilizar funciones lineales, porque usar funciones más complejas no mejoran sustancialmente la prestación del controlador y sí incrementan apreciablemente el tiempo de cálculo. No hay que olvidar la naturaleza borrosa de las regiones que estamos definiendo.

La siguiente etapa consiste en definir las llamadas reglas de inferencia, las que representan en cierta medida "la inteligencia del controlador". Estas reglas emulan la forma en que el experto procedería para controlar la temperatura del proceso. Un ejemplo de una de ellas podría ser:

**IF P es alta AND F es mucho THEN T es frío.**

Puesto que en este ejemplo las variables **P** y **F** cada una tienen tres términos lingüísticos, existen nueve reglas como la anterior donde se hacen todas las combinaciones posibles. En realidad el experto sólo define, de acuerdo con su experiencia, cual es la consecuencia de cada una de las reglas, es decir, lo que va después del THEN. La Tabla 1 muestra un resumen de todos los casos posibles, para nuestro ejemplo concreto.

**Tabla 1.** Resultados de las nueve reglas de inferencia.

|         |        | Presión P     |               |            |
|---------|--------|---------------|---------------|------------|
|         |        | Baja          | Media         | Alta       |
| Flujo F | Mucho  | T es tibio    | T es frío     | T es frío  |
|         | Normal | T es caliente | T es tibio    | T es frío  |
|         | Poco   | T es caliente | T es caliente | T es tibio |

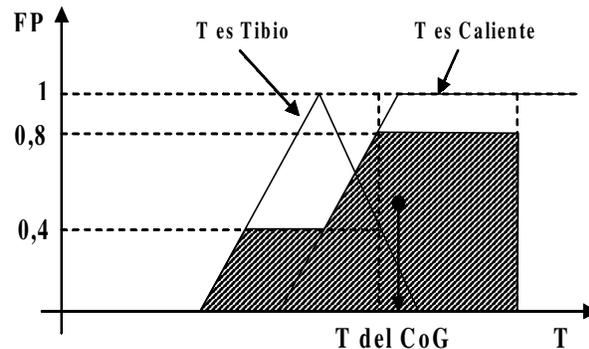
Toda vez que las reglas de inferencia han sido definidas, el controlador está listo para ser probado y puesto a punto. El controlador funciona en un bucle cerrado donde ejecuta repetidamente la siguiente secuencia de acciones:

- Se leen los valores físicos de las variables **P** y **F**.
- Se calculan las FP de los tres términos lingüísticos de cada una de ellas. A este paso en la literatura especializada se le ha llamado **fuzzyficación**.
- Se evalúan los miembros izquierdos de las nueve reglas de inferencia y se le asigna el valor mínimo (operación AND) de ambos operandos al miembro derecho.
- Se procede a la llamada **defuzzyficación**, es decir a calcular el valor físico que debe tener la variable **T**.
- Se realizan las acciones necesarias para establecer la temperatura calculada.

De las operaciones anteriormente listadas sólo la penúltima necesita de una explicación adicional. En un determinado momento habrá valores de **P** y **F** cuyas FP son iguales a cero para ciertos términos lingüísticos. Esas reglas dan una consecuencia también nula (al tomar el valor mínimo) y se llaman reglas "inactivas" porque no contribuyen al valor de **T**. Entre las reglas "activas" puede haber varias que tengan una consecuencia descrita por el mismo término lingüístico, por ejemplo, **T es caliente**. Supongamos que dos reglas distintas brindan el resultado **T es caliente** con FP = 0.8 y **T es caliente** con FP = 0.6. Entre ellas se hace la operación OR y se toma el máximo de ambas, es decir al final nos quedamos con el resultado **T es caliente** con FP = 0.8.

Finalmente queda por resolver el problema de cómo combinar las reglas cuyas consecuencias están descritas por términos lingüísticos diferentes entre sí, por ejemplo, **T es caliente** con FP = 0.8 y **T es tibio** con FP = 0.4. Se trata ahora de encontrar el mejor compromiso para el valor de **T** y para ello han sido propuestos varios métodos. Aquí explicaremos el llamado método del Centro de Gravedad

(CoG), que es uno de los más utilizados y que se ilustra en la Figura 2. Las FP **T es tibio** y **T es caliente** se truncan a sus valores máximos, a continuación se superponen las áreas resultantes y se calcula la coordenada **T** del Centro de Gravedad del área total. De esta forma obtenemos el valor de la temperatura que debe establecer el controlador en esta fase del proceso.



**Figura 2.** Método del Centro de Gravedad para calcular el mejor valor para **T**.

Para poner a punto y afinar la prestación de un controlador basado en LB se utilizan generalmente dos métodos. Uno de ellos es modificar las consecuencias de una o varias reglas de inferencia, sobre todo de aquellas que permanecen más tiempo activas y tienen mayor influencia en la variable de salida del controlador. El otro método es multiplicar el resultado de una regla de inferencia por un factor de ponderación comprendido ente 0 y 1. Por omisión se supone que todas las reglas tienen al inicio del proceso de puesta a punto, un factor de ponderación igual a 1. De esta forma podemos reforzar o debilitar la influencia de una regla en el resultado final.

Cuando el sistema a controlar tiene muchas variables de entrada y a la vez cada variable tiene varios términos lingüísticos, la matriz de reglas de inferencia puede ser muy complicada. Una ventaja de la LB es que puede comenzarse con una matriz incompleta donde sólo estén presentes aquellas reglas que resultan activas en el intervalo más común de las variables de entrada. Los expertos recomiendan utilizar para cada variable un número de términos lingüísticos impar y comprendido entre tres y siete. Esto se debe a que las personas tienden naturalmente a clasificar una variable en dos valores extremos y un valor intermedio y a que la memoria de corto plazo le es difícil recordar más de siete situaciones.

En una entrevista realizada en cierta ocasión a Zadeh, se le preguntó dónde inicialmente él esperó que la LB encontrara una mayor aplicación y contestó que en campos como la economía, la sociología y las artes y no precisamente en la ingeniería que es lo que ha sucedido en realidad.

Japón es el país que más uso ha hecho de la LB para el desarrollo de sistemas de control y toma de decisiones en los más diversos campos. Algunos ejemplos muy ilustrativos de aplicaciones en este país<sup>7</sup> son:

- Mejoras de la seguridad en reactores nucleares. (*Hitachi Bernard Nuclear Fuel Division*)
- Control de trenes subterráneos para mejorar la precisión al detenerse y el ahorro de energía (*Hitachi*)
- Simulación de procesos legales (*Nagoya Univ., Meiki Gakum Univ.*)
- Control de un solo botón de una lavadora doméstica de ropa (*Matsushita, Hitachi*)
- Predicción temprana de terremotos (*Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan*)
- Sustituto de un experto en actividades de la Bolsa de Valores (*Yamaichi, Hitachi*)
- Diagnóstico del cáncer (*Kawasaki Medical School*)

#### REFERENCIAS

<sup>1</sup>UMBERS, I.G. and P.J. KING (1980): "An analysis of human decision-making in cement kiln control and the implications for automation", **International Journal of Man-Machine Studies**, 12, 11 - 23.

<sup>2</sup>LEJEWSKI, C. (1967): "Jan Lukasiewicz", **Encyclopedia of Philosophy**, 5, MacMillan, NY 104– 107.

<sup>3</sup>HAACK, S. (1979): "Do we need fuzzy logic", **International Journal of Man-Machine Studies**, 11, 437 - 445.

<sup>4</sup>ZADEH, L.A. (1965): "Fuzzy sets", **Information and Control**, 8, 338-353.

<sup>5</sup>\_\_\_\_\_ (1968): "Fuzzy algorithms", **Information and Control**, 12, 94-102.

<sup>6</sup>FOX, J. (1981): "Towards a reconciliation of fuzzy logic and standard logic", **International Journal of Man-Machine Studies**, 15, 213-220.

<sup>7</sup>SCHWARTZ, D.G. and G.J. KLIR (1992): "Fuzzy Logic Flowers in Japan", **IEEE Spectrum**, July.