

SOBRE LAS PROPIEDADES ÓPTICAS DEL VACÍO CUÁNTICO MAGNETIZADO

S. Villalba Chávez y H. Pérez Rojas

Instituto de Cibernética, Matemática y Física, Ciudad de La Habana, Cuba

RESUMEN

A partir de las correcciones radiativas a la ecuación del fotón, se obtiene la dependencia del índice de refracción del vacío cuántico magnetizado con respecto a la intensidad del campo magnético externo. Aquí se discute el llamado segundo modo de propagación del operador de polarización en la aproximación de un lazo. Se analizan los límites de baja frecuencia y la propagación cerca del primer umbral de la resonancia ciclotrónica en el vacío. Los resultados obtenidos pueden ser de interés en un contexto astrofísico.

ABSTRACT

From the radiative corrections to the Maxwell equations, we obtain the behavior of the refraction index of the magnetized quantum vacuum with regard the magnetic field strength. Here we discuss the second mode of propagation of the polarization operator in one loop approximation. The small frequency limit is analyzed and the propagation near of the first pair creation threshold in vacuum. These results might be interesting due to its astrophysical consequences.

I. INTRODUCCIÓN

La concepción del fotón como partícula mediadora de la interacción electromagnética y la incompleta teoría de la radiación clásica fueron los hechos más significativos sobre los cuales Feynman, Schwinger, Dyson y Tomonaga se basaron para desarrollar la electrodinámica cuántica. En dicha teoría, las correcciones radiativas a la ecuación del fotón están expresadas por el operador de polarización $\Pi_{\mu\nu}(k)$, determinando las leyes cuánticas de propagación de las ondas electromagnéticas.

La presencia del operador de polarización en las ecuaciones dinámicas del fotón trae consigo que la propagación de la radiación electromagnética bajo la acción de un campo externo constante (inicialmente estudiado por Bataliny Shabad [2]), no conserve su energía ni su momentum justamente por la posibilidad de intercambiar estas magnitudes con el campo externo mediado por $\Pi_{\mu\nu}(k)$, esto se expresa mediante la ecuación de dispersión de la luz que se modifica a causa de la creación de pares virtuales electrón positrón, lo cual constituye el análogo cuántico de la absorción en los medios materiales. Esta propiedad ha atraído el interés de un número considerable de investigadores debido a que la fenomenología descrita tiene mucho en común con la propagación de la luz en un medio anisótropo. El papel del medio lo desempeña el vacío en el campo externo, mientras que la anisotropía es creada a partir de una elección preferencial en el espacio del vector que caracteriza a dicho campo.

Basado en esta idea, al considerar la propagación de la radiación en el vacío en presencia de un campo magnético externo, Shabad [3,4] mostró la

drástica desviación que sufre la curva representativa de la ecuación de dispersión del fotón respecto a la curva del cono de luz cerca del umbral de creación de pares electrón-positrón. Tres modos de propagación fueron encontrados de acuerdo a cada autovalor del operador de polarización en presencia del campo magnético y unos años más tarde estas propiedades se generalizaron para el caso en el que se incluye la formación de estados ligados por la interacción Coulombiana (positronio).

La manifestación de una ley de dispersión diferente a la del cono de luz sugiere que el índice de refracción del vacío cuántico magnetizado difiera de la unidad. La existencia de tal propiedad pudiera traer consecuencias drásticas en escenarios astrofísicos en el que se presenten campos magnéticos superiores al campo crítico de Schwinger $B_c = m^2/e = 4,4 \cdot 10^{13}$ Gauss, fundamentalmente sobre la desviación de la radiación en la cercanía de objetos magnetizados de alta densidad [1].

El presente trabajo está dirigido a investigar a partir de las ecuaciones de dispersión del fotón en presencia de un campo magnético externo constante, las propiedades ópticas del vacío cuántico magnetizado.

En las secciones II y III resumimos las características fundamentales de las curvas de dispersión del fotón en presencia de un campo magnético intenso constante. Se discuten las expresiones que serán usadas posteriormente en el artículo. En la sección IV se obtienen las dependencias del índice de refracción con el campo en los límites de bajas y altas frecuencias para el fotón en el segundo modo

$a_\mu^{(2)}$ cuando ambas partículas son creadas en el estado básico de Landau $n^2 = n = 0$.

II. MODOS DE PROPAGACIÓN EN UN CAMPO MAGNÉTICO EXTERNO CONSTANTE

Considerando la calibración de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$ las pequeñas amplitudes de las ondas electromagnéticas satisfacen la ecuación lineal

$$\square g_{\mu\nu} A^\nu(x) + \int \Pi_{\mu\nu}(X, X') A^\nu(x') d^4x' = 0 \quad (1)$$

donde x_μ es el cuatrivector de posición y $\mu = 0, 1, 2, 3$.

En la ecuación (1) $\square A_\mu(x)$ corresponde a la parte clásica, mientras que el segundo término es responsable de las correcciones cuánticas, que para pequeñas perturbaciones ondulatorias son descritas por el tensor de polarización $\Pi_{\mu\nu}(x, x')$. Los términos cuyas potencias de $A_\mu(x)$ son mayores que uno no han sido considerados, por lo tanto, la expresión (1) describe la propagación de onda como un proceso lineal, lo cual significa que las perturbaciones ondulatorias no interactúan entre sí.

Supongamos que la intensidad del campo externo es independiente de las coordenadas espacio-temporales, (por lo que el cuatripotencial $A_\mu(x)$ es lineal en las coordenadas), el tensor de polarización como magnitud invariante de calibración debe corresponder a un medio ópticamente homogéneo cuyas propiedades no cambian con el tiempo. Esto se debe a la invarianza trasnacional del tensor de polarización lo que se manifiesta en este de manera que solo es dependiente de la diferencia de las coordenadas $\Pi_{\mu\nu}(x, x') = \Pi_{\mu\nu}(x - x')$.

La solución de la ecuación (1) en la representación de los momentos, puede expresarse como una superposición de los autovectores del operador de polarización siendo

$$4_\mu(k) = \sum_{j=1}^4 \delta(k^2 - \pi^{(j)}) a_\mu^{(j)}(k) \quad (2)$$

donde δ es la función delta de Dirac y k_μ es el cuatrivector momentum. La expresión anterior muestra la existencia de ecuaciones de dispersión las cuales están dadas por

$$k^2 = \pi^{(j)}(k^2, B) \quad (3)$$

en la que $\pi^{(j)}(k^2, B)$ son los diferentes autovalores del operador de polarización.

Como $\Pi_{\mu\nu}$ es una matriz 4×4 , esta deberá tener cuatro autovalores $\pi^{(j)}$ y cuatro autovectores $a_\mu^{(j)}$. Un autovalor y su correspondiente autovector son

conocidos a priori de la condición de transversalidad de $\Pi_{\mu\nu}$, ellos son: $\pi^{(4)}(k) = 0$ y $a_\mu = k_\mu$, lo que implica que esta última forma de propagación sea longitudinal lo cual no es compatible con la condición de Lorentz $k_\mu A_\mu = 0$, de manera que en (2) este modo debe ser omitido.

Debido a que el campo externo es constante y no es afectado por el proceso que ocurre en él, el fotón debe poseer el mismo número de grados de libertad que cuando se propaga en el vacío sin campo externo. Significa que de los tres modos de dispersión restantes dados por (2) sólo dos pueden ser simultáneos y por tanto existan estrictamente dos soluciones de las ecuaciones de dispersión (3), mientras que la tercera es congelada.

En el caso que nos ocupa ($E = 0, B \neq 0$), los autovectores $A_\mu^{(i)}(k)$ pueden ser determinados independientemente de las aproximaciones dinámicas de principios básicos de la invarianza relativista, conjugación de carga, inversión espacio-temporal e invarianza de calibración de la interacción electromagnética, con lo cual siguiendo a Batalin y Shabad [2] tenemos que

$$a_\mu^{(1)}(k) = (F_{\mu\nu}^2 k^\nu) k^2 - k_\mu (k F^2 k), \quad (4)$$

$$a_\mu^{(2)}(k) = F_{\mu\nu}^* k^\nu \quad a_\mu^{(3)}(k) = F_{\mu\nu} k^\nu \quad (5)$$

Haciendo uso de las expresiones $e^{(i)} = \frac{\partial}{\partial x_0} \vec{a}^{(i)}$

$\frac{\partial}{\partial x} a_0^{(i)}$, $h^{(i)} = \nabla \times \vec{a}^{(i)}$, podemos estudiar el comporta-

miento de los campos magnéticos y eléctricos de las ondas descritas por (4,5) con respecto a las componentes del vector de propagación k

$$e^{(1)} = -k_\perp k^2 k_0, \quad h^{(1)} = [k \times k_\parallel] k^2, \quad (6)$$

$$e_\perp^2 = k_\perp k_\parallel^2, \quad e_\parallel^2 = k_\parallel (k_\parallel^2 - k_0^2), \quad h^2 = [k_\perp \times k_\parallel] k_0, \quad (7)$$

$$e^{(3)} = [k_\perp \times k_\parallel] k_0, \quad h_\perp^3 = -k_\perp k_\parallel^2, \quad h_\parallel^3 = -k_\parallel k_\perp^2. \quad (8)$$

donde $k^2 = k_\perp^2 + k_\parallel^2 - k_0^2$ con $k_0 = \omega$ la energía del fotón, mientras que k_\perp y k_\parallel son las componentes perpendicular y paralela del momentum respecto a la dirección del campo magnético externo, respectivamente.

Consideremos las diferentes direcciones de propagación. En este sentido dos casos son esencialmente diferentes: si $k_\perp = 0$, estaremos hablando de propagación longitudinal, de lo contrario existe una transformación de Lorentz a lo largo del campo

magnético externo (constante y homogéneo) la cual no cambia el valor de k_{\perp} anula k_{\parallel} y no introduce un campo eléctrico adicional. Por lo tanto, el caso general de propagación no longitudinal $k_{\perp} \neq 0$, $k_{\parallel} \neq 0$ es reducido a una propagación puramente transversal a la dirección del campo externo ($k_{\parallel} = 0$) en el correspondiente sistema de referencia.

En el caso de propagación perpendicular al campo magnético externo, ($k \perp B$), ($k_{\parallel} = 0$), el segundo y tercer modos son transversalmente polarizados ($e^{(2,3)} \perp k$) en dos planos mutuamente ortogonales ($e^{(2)} \perp e^{(3)}$), mientras que el primer modo es longitudinalmente polarizado ($e^{(1)} \parallel k$) y no tiene campo magnético ($h^{(1)} = 0$), lo cual no corresponde a un fotón físico. Sin embargo si consideramos propagación longitudinal, ($k \parallel B$), ($k_{\perp} = 0$), los modos 1 y 3 son ahora transversos ($e^{(1,3)} \perp B$), siendo los campos eléctricos de estos mutuamente perpendiculares ($e^{(1)} \perp e^{(3)}$). Ahora el primer modo es una onda electromagnética que unida con la correspondiente al tercero, pudieran dar lugar a una onda transversa circularmente polarizada debido a la propiedad de degeneración $\pi^{(1)}(\omega^2 - k_{\parallel}^2, 0) = \pi^{(3)}(\omega^2 - k_{\parallel}^2, 0)$. Lo escrito anteriormente es una medida de la simetría cilíndrica que presenta el problema de la propagación de la radiación a lo largo del campo magnético externo. Bajo tales circunstancias el segundo modo deja de ser físico, pues presenta una polarización longitudinal ($e^{(2)} \parallel k$) y su campo magnético desaparece ($h^{(2)} = 0$).

En este trabajo consideramos solamente la región de transparencia (no consideramos la absorción del fotón para crear pares observables de e^{\pm}), por lo que estaremos refiriéndonos a los dominios cinemáticos en los que los autovalores del operador de polarización son reales.

La creación de pares en umbrales superiores es inestable debido a que los estados de electrones y positrones en niveles de Landau excitados decaen rápidamente al estado básico por mediación de emisión fotónica. Es por eso que en lo que sigue estaremos haciendo referencia al primer umbral de creación de pares en el vacío. Se trabajará fundamentalmente con el segundo modo de propagación dado a que en condiciones reales la producción y propagación de fotones γ en el tercer modo tienden a decaer al segundo modo por mediación del proceso de división fotónica $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ [7, 8].

III. CREACIÓN DE PARES EN EL VACÍO

La solución general de (3) tiene la estructura

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 + f_i(k_{\perp}^2, B) \quad (9)$$

dictada por la covarianza relativista de los autovalores $\pi^{(i)}(k)$, nótese que, a diferencia del caso en ausencia de campo, en la ley de dispersión del fotón aparece un término dependiente de la intensidad de campo magnético externo ($f_i(k_{\perp}^2, B)$) el cual podemos identificar como el cuadrado de la energía de interacción del cuanto de radiación con el campo, mediado por los pares virtuales electrón positrón. Conforme a [12,13] el fotón presenta un momento magnético dirigido en la dirección de B cuyo valor modular está dado por $\mu_{\gamma} = |(k/k_{\perp})(\partial\omega/\partial B)|$. Para fotones con energía cercana al umbral de creación de pares, los autovalores de los modos de propagación pueden ser escritos aproximadamente como [10].

$$\pi_{n,n'}^{(i)} \approx -2\pi\phi_{n,n'}^{(i)} / |\Lambda| \quad (10)$$

$$\text{con } |\Lambda| = (k_{\perp}'^2 - k_{\perp}''^2) (k_{\perp}'^2 - \omega^2 + k_{\perp}''^2)^{1/2}$$

$$y \quad k_{\perp}'^2 = m_0^2 [(1 + 2nB/B_c)^{1/2} + (1 + 2n'B/B_c)^{1/2}]^2,$$

$$k_{\perp}''^2 = m_0^2 [(1 + 2nB/B_c)^{1/2} - (1 + 2n'B/B_c)^{1/2}]^2$$

donde $k_{\perp}'^2$ es el cuadrado de la energía de umbral de creación de pares e^{\pm} , estando el electrón y el positrón en los niveles de Landau n y n' , mientras que $k_{\perp}''^2$ es el cuadrado de la energía de excitación entre los niveles de Landau antes mencionados.

En la vecindad del primer umbral de la primera creación de pares $n = n' = 0$ y considerando $k_{\perp} \neq 0$ y $k_{\parallel} \neq 0$ de acuerdo a lo antes expuesto, las ondas son descritas por el segundo y el tercer modo, pero solamente el segundo modo presenta una singularidad cerca del umbral $k_{\perp}'^2 = 4m_0^2$, y en ese caso ϕ_{00}^2 tiene la estructura

$$\phi_{00}^2 = -\frac{2\alpha B m_0^4}{\pi B_c} \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2 B_c}{2m_0^2 B}\right) \quad (11)$$

con $\alpha \sim 1/137$ la constante de estructura fina, en este caso $k_{\perp}''^2 = 0$.

La aproximación de los modos (10) ajusta la ecuación de dispersión (3) a una ecuación cúbica en la variable $z_1 = \omega^2 - k_{\parallel}^2$ que puede ser resuelta aplicando la formulación de Cardano. Nos referimos en lo que sigue a (9) como la solución real de esta ecuación.

Definamos la función $\Lambda^* = (k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)(k_{\perp}^2 - k_{\perp}'^2)$ para dar la solución (9) en términos de esta, siendo

$$f_i^{(1)} = \frac{1}{3} \left[2k_{\perp}^2 + k_{\perp}'^2 + \frac{\Lambda^*}{(k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)G^{1/3}} + \frac{G^{1/3}}{k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2} \right] \quad (12)$$

donde

$$G = 6\pi\sqrt{3}D - \Lambda^* + 54\pi^2\phi_{n,n'}^2(k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)^2$$

con

$$D = \sqrt{-(k_{\perp}'^2 - k_{\perp}^{n2})^2 \Lambda^* \phi_{n,n'}^2 \left[1 - \frac{27\pi^2\phi_{n,n'}^2 \zeta(k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)^2}{\Lambda^*} \right]}$$

La solución anterior es válida para aquellos valores de k_{\perp}^2 tales que excedan la raíz k_{\perp}^{*2} de la ecuación $D = 0$, la cual podemos escribir como

$$k_{\perp}^{*2} \cong k_{\perp}'^2 - 3 \left(\frac{\pi^2 \phi_{n,n'}^2 (k_{\perp}'^2)}{k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2} \right)^{1/3}$$

Además de (12), existen dos soluciones complejas y están localizadas en la segunda región del plano complejo de la variable z_1 . En $k_{\perp}^2 > k_{\perp}^{*2}$ estas dos soluciones complejas están dadas por

$$f_i^{(2)} = \frac{1}{6} \left[2(2k_{\perp}^2 + k_{\perp}'^2) - \frac{(1+i\sqrt{3})\Lambda^*}{(k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)G^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})G^{1/3}}{k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2} \right]$$

y

$$f_i^{(3)} = \frac{1}{6} \left[2(2k_{\perp}^2 + k_{\perp}'^2) - \frac{(1-i\sqrt{3})\Lambda^*}{(k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2)G^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})G^{1/3}}{k_{\perp}^{n2} - k_{\perp}'^2} \right]$$

Tomando como variables $z_1 = \omega^2 - k_{\parallel}^2$ y k_{\perp}^2 las curvas de dispersión (primeramente obtenidas por Shabad [4, 6]) para el segundo modo cerca de la primera forma resonante ($n = n' = 0$) tiene el comportamiento mostrado en la Figura 1.

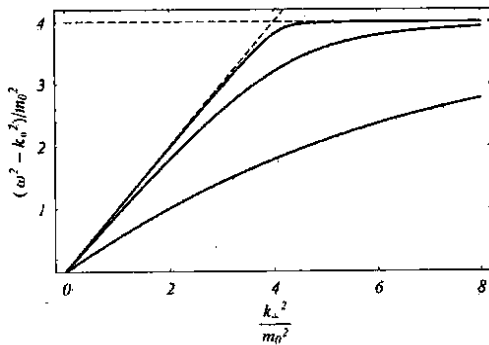


Figura 1. Curvas de dispersión del fotón en el segundo modo de propagación en la primera forma resonante $k_{\perp}^2 = 4m_0^2$ con $n = n' = 0$. El valor del campo magnético externo, correspondiente a cada curva, es (de arriba abajo) $B = 10B_c$, $B = 100 B_c$, $B = 1000 B_c$.

IV. VELOCIDAD DE GRUPO TRANSVERSA

La velocidad del grupo para cada modo está dada por

$$\mathbf{V} = \nabla_{\mathbf{k}} \omega$$

En particular los módulos de las componentes de la velocidad de grupo pueden escribirse como

$$v_{\perp} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{\perp}} = \frac{k_{\perp}}{\omega} \frac{df_i(k_{\perp}^2)}{dk_{\perp}^2}, \quad v_{\parallel} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{\parallel}} = \frac{k_{\parallel}}{\omega} \quad (13)$$

Nótese que la velocidad de grupo no coincide, (siempre que $k_{\perp} \neq 0$), con la velocidad de fase. De la expresión (13) se llega a que la dirección en que se propaga la energía forma un ángulo θ el cual satisface la relación

$$\tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}} \frac{df_i(k_{\perp}^2)}{dk_{\perp}^2} = \frac{df_i(k_{\perp}^2)}{dk_{\perp}^2} \tan \vartheta$$

donde ϑ es el ángulo entre el momentum del fotón y el campo magnético externo, $\tan \vartheta = k_{\perp}/k_{\parallel}$.

Consideremos inicialmente el límite $\omega^2 - k_{\parallel}^2 \ll 4m_0^2$, en este caso la ley de dispersión tiene la siguiente forma [11]

$$\omega^2 - k_{\parallel}^2 \cong k_{\perp}^2 \left(1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_c} \right)^{-1} \quad (14)$$

En este caso la velocidad de grupo transversa y paralela al campo pueden ser escrita como

$$v_{\parallel} = \frac{k_{\parallel}}{\omega}, \quad v_{\perp} = \frac{k_{\perp}}{\omega} \left[1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_c} \right]^{-1} \quad (15)$$

luego el cuadrado del módulo de la velocidad de grupo es

$$v^2 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_c}} + \frac{\frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_c} \cos^2 \vartheta}{1 + \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_c} \cos^2 \vartheta} \quad (16)$$

Tomando la derivada implícita respecto a k_{\perp} en (3) y haciendo uso de (10), cerca del primer umbral la velocidad de grupo está dada por

$$v_{\perp} = \frac{2k_{\perp}(\omega^2 - 4m_0^2)J}{\omega(\pi\phi_{00}^{(2)} - 2m_0(4m_0^2 - \omega^2)^{3/2})} \quad (17)$$

$$\text{siendo } J = \left(\pi \frac{\partial \phi_{00}^{(2)}}{\partial k_{\perp}^2} + m_0(4m_0^2 - \omega^2)^{1/2} \right).$$

La dependencia de la velocidad de grupo perpendicular respecto al cuadrado del momentum perpendicular y la intensidad del campo magnético externo son mostrados en las Figuras 2 y 3 respectivamente.

V. PROPIEDADES DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN

El índice de refracción del i -ésimo modo está dado por

$$n_i = \frac{|k|}{\omega} = \left[1 + \frac{k_{\perp}^2 - f_i(k_{\perp}^2, B)}{\omega^2(k^2, B)} \right]^{-1/2}. \quad (18)$$

Este último se puede expresar en función del momento magnético anómalo del fotón [12,13] $n_i = [1 + \mu_{\gamma}^{(i)} \cdot Bg(\omega)]^{1/2}$ donde $g(\omega)$ es una función dependiente de la energía.

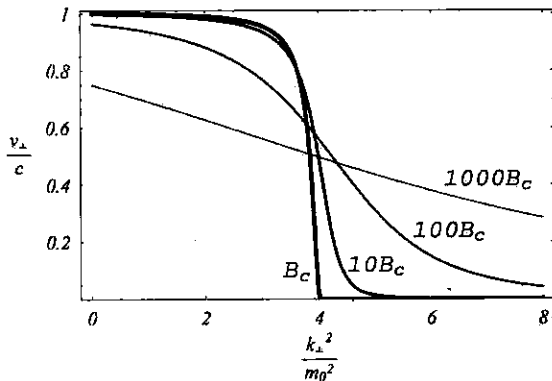


Figura 2. Gráfica de la velocidad de grupo perpendicular al campo magnético externo como función del cuadrado del momentum transversal. Aquí $k_{\parallel} = 0$.

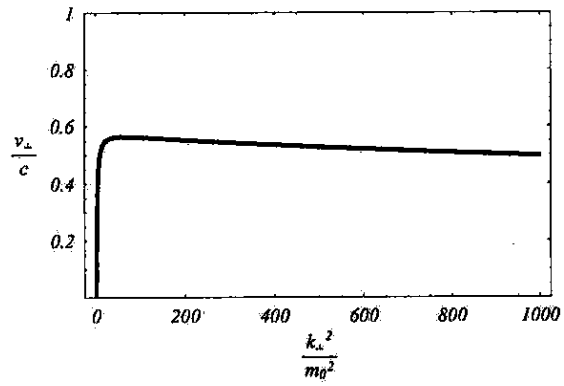


Figura 3. Comportamiento de la velocidad de grupo transversal respecto a la intensidad del campo magnético externo cuando $k_{\perp}^2 = 4m_0^2$ y la onda se propaga en el segundo modo. Aquí $k_{\parallel} = 0$.

De la invarianza de calibración de los autovalores del operador de polarización se tiene que el índice de refracción $n_i = 1$ cuando la propagación es puramente paralela ($k_{\perp} = 0$), debido a que $f_i(0, B) = 0$. Por lo que una onda electromagnética propagándose estrictamente en la dirección del campo magnético externo constante no presenta un término de interacción con el campo y cumple con la ley del cono de luz.

El índice de refracción (18) en este modo bajo la aproximación $\omega^2 - k_{\parallel}^2 \ll 4m_0^2$ se expresa mediante

$$n = \left(\frac{1 + \frac{\alpha B}{3\pi B_c}}{1 + \frac{\alpha B}{3\pi B_c} \cos^2 \vartheta} \right)^{1/2} \quad (19)$$

el cual es dependiente de la dirección del momentum del fotón y es máximo cuando la propagación es puramente transversal ($k_{\parallel} = 0$, $\vartheta = \pi/2$). En este último caso, para campos magnéticos del orden del campo crítico de Schwinger, la relación entre el índice de refracción y el momento magnético de la radiación [12, 13] está dada por:

$$n_{\perp}^2 = (1 + 2\mu_{\gamma}^{(2)} B/k_{\perp})^{1/2} \quad (20)$$

siendo $\mu_{\gamma}^{(2)} = \frac{2\mu'}{3m_0} k_{\perp}$ y μ' el momento magnético anómalo del electrón.

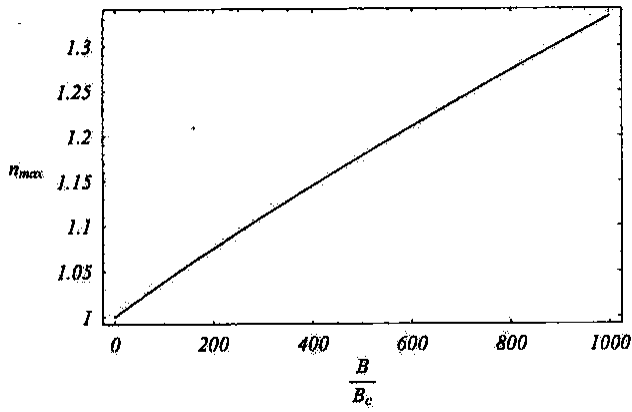


Figura 4. Dependencia del índice de refracción máximo del vacío cuántico magnetizado con respecto al campo magnético externo en la aproximación de bajas frecuencias $\omega^2 - k_{||}^2 \ll 4m_0^2$. Aquí $k_{||} = 0$.

Nótese que para valores del campo $B \sim 10^{16}$ G los valores obtenidos indican que el vacío cuántico magnetizado se comporta como un medio cuyo índice de refracción coincide con los de los líquidos y cristales a presión atmosférica y en ausencia de campo externo.

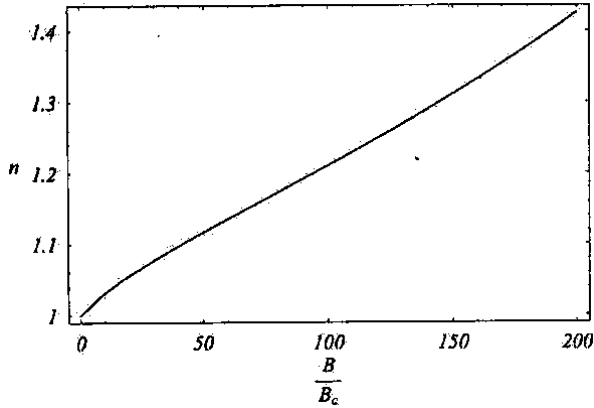


Figura 5. Comportamiento del índice de refracción máximo del vacío cuántico magnetizado con respecto a $|B|$ cerca del primer umbral de creación de pares $k_{\perp}^2 = 4m_0^2$ para ondas propagándose en el segundo modo. Aquí $k_{\perp}^2 = k_{\perp}^2$ y $k_{||} = 0$.

Para fotones muy energéticos con energías cercana al primer umbral el índice de refracción presenta el comportamiento mostrado en la Figura 5 siendo $k_{||} = 0$.

Nótese que para este caso los valores típicos del índice de refracción de líquidos y cristales a presión atmosférica son obtenidos para campos magnéticos $B \sim 10^{15}$. Esto es consecuencia de la interacción de

los pares virtuales e^{\pm} con el campo magnético externo, lo cual se señala un aumento del coeficiente de absorción $\Gamma = 2^{-1/2}([k_{||}^2 - m_0^2 \text{Re } f_{2,3}]^2 + [m_0^2 \text{Im } f_{2,3}]^2 - k_{||}^2 - m_0^2 \text{Re } f_{2,3})^{1/2}$ con $|B|$.

En este último caso hemos graficado en un intervalo más pequeño debido a que la validez de la aproximación de la ecuación cúbica está dada para campos menores que $B^* \sim 3B_c/2\alpha \cong 10^{16}$ Gauss cuando $k_{\perp}^2 = k_{\perp}^2$.

A diferencia del segundo modo de propagación, el autovalor correspondiente al tercer modo no presenta singularidad en el primer umbral [11] y la ecuación de dispersión está dada por

$$\omega^2 = k_{||}^2 + k_{\perp}^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3\pi Z}\right) \quad (21)$$

siendo $Z = 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \left(\ln \frac{B}{B_c} - C - 1,21\right)$, con C la constante de Euler. Para campos que no son exponencialmente grandes, ($B \sim B_c$), el índice de refracción puede escribirse como

$$n = 1 + \frac{\alpha}{6\pi} \sin^2 \vartheta = 1 + \frac{\mu_{\gamma}^{(3)} m_0}{4\pi\mu' |k|} \sin \vartheta \quad (22)$$

siendo $\mu_{\gamma}^{(3)} = \frac{2\mu'}{3m_0} k_{\perp}$.

VI. CONCLUSIONES

Finalmente concluimos que el vacío cuántico magnetizado se comporta de manera análoga a un medio anisótropo en el que la dispersión de la luz ocurre por mediación de la interacción del momento magnético del fotón con el campo magnético externo. El índice de refracción coincide con la unidad para ondas electromagnéticas propagándose longitudinalmente al campo a causa de la invarianza de calibración de la teoría. El comportamiento del índice de refracción para valores de campos magnéticos extremadamente intensos $|B| \sim 10^{16}$ G, toma valores típicos de líquidos y gases a presión atmosférica cuando la energía de la radiación es pequeña comparada con la correspondiente al primer umbral. Esta característica se mantiene cuando la energía del fotón está próxima a la creación de pares para campos del orden de $\sim 10^{15}$ Gauss debido al aumento de fenómenos de absorción.

REFERENCIAS

- [1] DENISOV, V.I.; I.P. DENISOVA and S.I. SVERTILOV (2001): Doklady Akademii Nauk 380, 325.
- [2] BATALIN, I.A. and A.E. SHABAD (1971): **JETP** 33, 483.
- [3] SHABAD, A.E. (1972): **Lettera Nuovo Cimento** 2,457.
- [4] _____ (1975): **Ann. Phys.** 90, 166.
- [5] PÉREZ ROJAS, H. and A.E. SHABAD (1979): **Ann. Phys.** 121, 432.
- [6] SHABAD, A.E. (1983): **Astrophys. space Sci.** 102, 327.
- [7] ADLER, S.L. (1996): **Phys. Rev. Lett.** 77, 1695.
- [8] USOV, V.V. (2002): **ApJ L** 87, 572.
- [9] PÉREZ ROJAS, H. and E. RODRÍGUEZ QUERTS (2003): **Proceeding of the International Workshop on Strong Magnetic Field and Neutron Stars**. Instituto de Cibernética Matemática y Física (ICIMAF), 189.
- [10] PÉREZ ROJAS, H. and A.E. SHABAD (1982): **Ann. Phys.** 138, 1.
- [11] SHABAD, A.E. (2003): **Proceeding of the International Workshop on Strong Magnetic Field and Neutron Stars**. Instituto de Cibernética Matemática y Física (ICIMAF, Havana) edited jointly by CBPF, Rio de Janeiro, ICIMAF, UFRGS, Porto Alegre, Brazil, 201.
- [12] VILLALBA CHÁVEZ, S.; H. PÉREZ ROJAS and A.E. SHABAD: "On the Photon Anomalous Magnetic Moment" (en vías de publicación).
- [13] _____: "Anomalous Magnetic Moment of the Photon in a Constant Magnetic Field", (en vías de publicación).

