

Difusión de epicentros: modelo de red dinámica

R. Gámez, A. Posadas^a, F. Luzón^a, O. Sotolongo-Costa^b.

Instituto de Geofísica y Astronomía CITMA, Cuba, gamez@iga.cu

a) Departamento de Física Aplicada, Universidad de Almería, España.

b) Cátedra de Sistemas Complejos “Henri Poincaré”, Universidad de la Habana, Cuba, osotolongo@fisica.uh.cu

Recibido el 3/06/2006. Aprobado en versión final el 1/12/2006

Sumario. Se determinó el comportamiento difusivo de las réplicas de terremotos para los eventos de este tipo ocurridos en Cuba de 1964 a 2000. El resultado muestra que tiene lugar un proceso de centralización de los epicentros desde puntos más lejanos hacia el punto de ocurrencia del terremoto principal. El proceso es de difusión anómala en régimen sub-difusivo con exponente $\alpha = 0.24$. Se muestra una correspondencia entre la distribución de probabilidades de localizar los epicentros a cierta distancia del terremoto principal de la celda con los resultados teóricos de la solución de la Ecuación Fraccionaria de Fokker-Planck (EFFP).

Abstract. The diffusive behavior of replica secondary earthquakes taking place in Cuba from 1964 to 2000 was determined. Results show that takes place a process of epicenter centralization from the farther points towards the main earthquake impact point. The process is that of an anomalous diffusion in a sub-diffusive regime with exponential constant $\alpha = 0.24$. It is shown a connection between the probability distribution for localizing the epicenters at a given distance of the main earthquake in the cell with the theoretical results of the Fokker-Planck (EFFP) fractionary equation solution.

Palabras claves: Terremotos *91.30.P-, 91.30.Px, modelado 07.05.Tp

1 Introducción

Resulta ocioso resaltar aún más la importancia del conocimiento de la naturaleza y comportamiento de los terremotos. Desde hace muchos años se ha estado intentando conocer mejor cómo se originan los mismos y cuáles son los lugares más “visitados” por estos eventos.

El terremoto es un evento catastrófico de sacudida y rotura de la superficie terrestre en una gran extensión. A menudo la mayor parte de la energía del mismo se concentra en una región relativamente pequeña, del orden de 1-2 km. Esta es conocida como “epicentro” y en la misma ocurren grandes sacudidas y destrucción del entorno, frecuentemente acompañado de otros eventos provocados por este: grandes olas si ocurren bajo el mar, posibles erupciones volcánicas acompañantes, deslizamientos

de grandes estructuras del terreno, etc.

La ocurrencia de un terremoto en cualquier lugar del planeta es detectable hoy en día con los modernos sistemas de medición, siendo posible conocer con gran precisión el lugar de ocurrencia y su magnitud.

Mucho queda por conocer de los mismos: aún no está completamente esclarecido el mecanismo de desencadenamiento de su energía, es por ahora imposible hacer predicciones confiables sobre su ocurrencia en un momento y lugar dados, y el proceso de liberación de la energía sísmica así como los eventos subsiguientes generados por un terremoto, son poco conocidos.

No obstante, es una opinión bastante aceptada en la bibliografía sobre sismos que lo más frecuente es que: a la ocurrencia de un terremoto le precedan temblores de menor magnitud (precursores), y después de ocurrido el

mismo, se desencadena una sucesión de temblores, también de menor magnitud conocidos como “réplicas”. Los precursores y las réplicas son terremotos de menor escala en energía pero con todas las características del mismo, incluida la presencia de su epicentro correspondiente.

En los últimos años se han realizado numerosos estudios sobre el comportamiento difusivo de los epicentros de los terremotos (Ejemplos, ref. [1,2,3]). En estos trabajos se ha propuesto la descripción de la difusión de epicentros mediante un caminante aleatorio de tiempo continuo (CTRW: Continuous Time Random Walk). En este modelo, las diferentes posiciones de los epicentros son considerados como los pasos que efectúa dicho caminante aleatorio, enfoque que facilita notablemente el estudio del comportamiento difusivo.

Si analizamos todos los epicentros que tienen lugar en una región sísmica sin distinguir entre evento principal y réplicas, o sea considerando todos los terremotos por igual y en un intervalo de tiempo determinado, no podremos observar un comportamiento difusivo claramente definido. La existencia de zonas de mayor actividad dentro de las regiones sísmicas implica que los epicentros no se distribuyan de forma totalmente aleatoria en dichas regiones. Es decir, existirán zonas que el epicentro “visitará” con mayor frecuencia lo cual impone restricciones en su movimiento.

Sin embargo, si se realiza una clasificación de los eventos en celdas terremoto-réplicas (CTR), determinadas por la región espacial en que se manifiesta el evento principal y sus réplicas, entonces será posible analizar la difusión de los epicentros en dichas estructuras. Como ya dijimos, cada celda se considera formada por un terremoto que llamamos principal y por el conjunto de réplicas que se le asocian. El método de clasificación más conocido es el de ventanas espacio-tiempo⁴. No obstante, dicho método presenta limitantes, la identificación de las réplicas de un determinado terremoto tiene en cuenta el criterio del observador y además, las réplicas deben ser distinguidas del llamado fondo de sismicidad.

En este trabajo la determinación de las CTR se realizó utilizando el método de correlación de eventos mostrado recientemente por Marco Baiesi y Maya Paczusi⁵⁻⁷, y que explicaremos posteriormente. Este brinda como resultado una red de eventos enlazados que evoluciona en el tiempo de forma jerárquica. Los eventos que generan réplicas pueden a su vez haber sido generados por eventos anteriores. Como puede verse, enlazando entre sí estos eventos se obtiene una red cuyas características veremos más adelante.

La red obtenida por el método de Baiesi-Paczusi (BP) presenta un conjunto de propiedades que pueden ser analizadas utilizando los formalismos actuales del estudio de redes. Como demostraremos, a semejanza de la red de enlaces de Internet^{8,9}, y otras, la red de epicentros presenta una estructura libre de escala. El objetivo fundamental del trabajo está dirigido a determinar el comportamiento difusivo en CTR. Se estableció además una correspondencia entre la distribución de probabilidad de

encontrar un caminante a diferentes distancias del terremoto principal con los resultados teóricos de varios estudios de difusión anómala.

2 Difusión anómala

Los Caminantes Aleatorios sirven como modelos para los procesos de difusión normal. La difusión normal de una partícula moviéndose en una dimensión puede describirse por medio de la ecuación lineal de Fokker-Planck¹⁰.

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = K \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{F(x)}{k_B T} \right] P(x,t) \quad (1)$$

También llamada ecuación de Smoluchowski y que describe varios tipos de difusión Markoviana normal. En ausencia de fuerzas externas $F(x)=0$, la ecuación se reduce al caso de una evolución gaussiana del sistema. La ecuación (1) se obtiene asumiendo la existencia de una escala de tiempo microscópica que es mucho menor que el tiempo de observación. Este es el tiempo característico que le toma a la partícula realizar un salto de una posición a otra.

En las últimas décadas la descripción de los procesos que presentan difusión anómala se ha llevado a cabo por el método CTRW^{1,2,3,10-16} propuesto por Montroll y Weiss en 1965. Los CTRW se caracterizan por dos parámetros: un tiempo de espera característico entre saltos y una distancia de saltos¹⁴. Si la escala de tiempo característico diverge estamos en presencia de un proceso de difusión anómala¹⁰⁻¹⁷. En los procesos que presentan difusión anómala la varianza del desplazamiento de la partícula después de un tiempo t , tiene la forma asintótica:

$$\langle r^2 \rangle \propto t^\alpha, \quad t \rightarrow \infty, \alpha \neq 1 \quad (2)$$

Si $0 < \alpha < 1$ el proceso se denomina subdifusivo, en cambio si $\alpha > 1$ se denomina superdifusivo^{1,2,10-17}. La difusión normal tiene lugar para $\alpha \approx 1$.

Los sistemas que presentan difusión anómala se caracterizan por un tiempo de espera divergente o por una fuerte naturaleza no-Markoviana^{11,13,15,16}. Esto significa que la evolución del sistema en el tiempo t depende de su pasado y que el rango de esta “memoria” es grande comparada con la escala de tiempo característica del movimiento. El formalismo actual que permite abordar el fenómeno de la difusión anómala tomando en cuenta los efectos de memoria cuando no existe una escala de tiempo característica es el *Cálculo Fraccionario*.

El cálculo fraccionario es una extensión de los operadores del cálculo diferencial e integral más allá de las definiciones tradicionales. Una analogía puede encontrarse en el cálculo algebraico cuando se realiza la generalización de los exponentes de una variable de valores enteros a valores fraccionarios. En muchos trabajos se cita el surgimiento del Cálculo Fraccionario en el año 1695, cuando L'Hôpital le escribió a Leibnitz preguntándole sobre una notación que él había utilizado en una de sus

publicaciones. Leibnitz había planteado la derivada n-ésima de la función lineal $f(x)=x$. La pregunta de L'Hôpital se refería al resultado del cálculo de dicha derivada en el caso de que $n = \frac{1}{2}$. Leibnitz le respondió: "Una paradoja aparente, de lo cual algún día se obtendrán consecuencias útiles"^{12,18}. En la actualidad se conocen numerosas aplicaciones y manifestaciones físicas del cálculo fraccionario que confirman la suposición de Leibnitz sobre la utilidad del mismo.

Entre los principales contribuyentes al cálculo fraccionario se encuentran: Fourier, Euler, Laplace, Riemann y Liouville. Varios de ellos expusieron definiciones de derivadas e integrales de orden no entero. La definición más utilizada es la propuesta por Riemann-Liouville y se deriva de la expresión atribuida a Cauchy para evaluar la integración n-ésima de una función $f(t)$.

$$\int \dots \int_0^t f(\tau) d\tau = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau \quad (3)$$

En la ecuación (3) la presencia del factorial restringe a n a tomar solo valores enteros. Sin embargo la función Gamma es una expansión analítica del factorial a valores reales. Sustituyendo entonces el factorial por la función Gamma y haciendo uso de la notación ${}_a D_t^{-\alpha} f(t)$ para representar la integración en un orden, obtenemos la integral fraccionaria de Riemann-Liouville.

$${}_a D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (4)$$

La derivada fraccionaria puede ser introducida a su vez por un método semejante. Un orden arbitrario de diferenciación para funciones que puedan ser expandidas en serie de Taylor es:

$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha} x^\mu = \frac{\Gamma(\mu+1)}{\Gamma(\mu-\alpha+1)} x^{\mu-\alpha} \quad (5)$$

Sin embargo, una forma más general y elegante de calcular la derivada fraccionaria es haciendo uso de la integral de Riemann-Liouville. Seleccionemos un entero m tal que $m-1 < \alpha < m$. A partir del mismo se pueden formular dos definiciones conocidas como "derivada a la izquierda" y "derivada a la derecha".

La derivada a la izquierda realiza primero la integral fraccionaria de la función en un orden $m-\alpha$ y el segundo paso es derivar el resultado en un orden m .

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{d^m}{dt^m} \left[\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \right], & m-1 < \alpha < m \\ \frac{d^m}{dt^m} f(\tau), & \alpha = m \end{cases} \quad (6)$$

La derivada a la derecha arriba al mismo resultado haciendo uso de las mismas operaciones pero en orden inverso.

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau, & m-1 < \alpha < m \\ \frac{d^m}{dt^m} f(\tau), & \alpha = m \end{cases} \quad (7)$$

Esta definición fue originalmente formulada por Caputo y es comúnmente conocida como la Derivada Fraccionaria de Caputo.

Ecuación Fraccionaria de Fokker-Planck. Los efectos de memoria se encuentran incluidos en la definición de la derivada fraccionaria pues la misma se expresa a través de una integración en el intervalo de tiempo del proceso (ver (6) y (7)). Por lo tanto, para tomar en cuenta los efectos de memoria responsables del comportamiento anómalo en el caso subdifusivo, se ha propuesto reemplazar la derivada temporal local de la ecuación de difusión por un operador fraccionario^{11,12,13,15,16,17}. De esta forma la difusión en presencia de un campo externo se expresa mediante la ecuación fraccionaria de Fokker-Planck (EFFP):

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = {}_0 D_t^{1-\alpha} K_\alpha \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{F(x)}{k_B T} \right] P(x,t) \quad (8)$$

Donde:

$${}_0 D_t^{1-\alpha} Z(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t d\tau \frac{Z(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}}$$

El operador fraccionario de Riemann-Liouville ${}_0 D_t^{1-\alpha}$ se obtiene de sustituir α por $1-\alpha$ en la ecuación (6) y de considerar $m=1$ ($0 < \alpha < 1$) en la misma. En el caso de la partícula libre la ecuación (8) se reduce a la forma:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = {}_0 D_t^{1-\alpha} \left[K_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x,t) \right] \quad (9)$$

Esta ecuación fue resuelta por Schneider y Wyss en términos de la función de Fox^{11,15}. Sin embargo, el problema puede ser resuelto de una manera más sencilla en el espacio p de Laplace y retornar nuevamente a la variable t ^{11,15}. Haciendo uso de que la derivada fraccionaria satisface la regla de transformación ${}_0 D_t^{1-\alpha} g(t) \mapsto p^{1-\alpha} \bar{g}(p)$ ^{11,12,15,19}, tendremos en el espacio de Laplace:

$$-\delta(x) + p \hat{P}(x,p) = K_\alpha p^{1-\alpha} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{P}(x,p) \quad (10)$$

donde $\delta(x)$ es la función delta de Dirac y $\hat{P}(x,p)$ se anula si $|x| \rightarrow \infty$. Esta ecuación se resuelve por métodos estándares brindando la solución:

$$\hat{P}(x,p) = \frac{1}{K_\alpha^{1/2} p^{1-\alpha/2}} e^{\left(\frac{\alpha/2}{K_\alpha} |x| \right)} \quad (11)$$

Cuya transformada inversa tomando $K_\alpha = 1$ es¹⁰:

$$P(x,t) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{t}{|x|^{1+2/\alpha}} \right) L_{\alpha/2} \left(\frac{t}{|x|^{2/\alpha}} \right) \quad (12)$$

$L_{\alpha/2}(z)$ es una distribución de Lévy definida solo para $z > 0$ y cuya función característica es:

$$L_{\alpha/2}(u) = \int_0^\infty e^{-uz} L_{\alpha/2}(z) dz = e^{-u^{\alpha/2}} \quad (13)$$

Utilizando en (12) la representación en serie de las distribuciones de Lévy²⁰ y aproximando para α pequeño en relación con la unidad, obtenemos que el comportamiento de $P(x,t)$ en este caso puede aproximarse a:

$$P(x,t) \sim \frac{1}{\alpha t^{\alpha/2}} e^{-\frac{c|x|}{t^{\alpha/2}}} \quad (14),$$

donde c es una constante $c = c(\alpha)$.

La representación gráfica de esta solución se muestra en la figura 1. Note que existe diferencia con respecto al caso de difusión normal, la cual es expresada mediante una distribución gaussiana.

En la figura 1 se muestra que a medida que se incrementa el tiempo crece la probabilidad de encontrar la partícula a mayor distancia del punto inicial de donde parte el caminante aleatorio, y disminuye la probabilidad de encontrarla en las cercanías de dicho punto. La difusión gobernada por el modelo CTRW satisface la ecuación de distribución fraccionaria y muestra una distribución de probabilidades con un pico máximo en $x=0$.

La ecuación (12) nos da una propiedad importante de los procesos de difusión anómala CTRW: obedecen a la estadística de Levy. Las consecuencias de este hecho para el análisis y la interpretación del comportamiento de los epicentros se verá en el epígrafe destinado a la discusión.

3 Materiales y métodos

Se procesaron los terremotos registrados en la región oriental de Cuba en el período comprendido entre enero de 1964 hasta diciembre del 2000⁴. En la Tabla I se muestran las características de la data procesada.

Tabla I. Características de la data utilizada. N_t es el número de terremotos.

Pe- ríodo	N_t	Latitud	Longitud	$m >$
1964- 2000	> 6900	18.0 -- 21.5	-72.0 -- -79.0	1.5

La red de los eventos fue generada utilizando el método BP^{5,6,7}, este se basa en una métrica que brinda la

correlación entre diferentes terremotos. Si designamos dos eventos cualesquiera i y j , que ocurren en los tiempos t_i y t_j , con $t_i < t_j$ y $t = t_j - t_i$, y siendo m_i la magnitud del evento i , y $l = l_{ij}$ la distancia entre los epicentros, el número de eventos n_{ij} en el intervalo Δm de m_i que ocurren en el dominio espacio-temporal de los eventos i y j , se determina por:

$$n_{ij} \equiv C t l^{d_f} \Delta m 10^{-b m_i} \quad (15)$$

Para cada evento j de la data se determinó el evento i de todos los anteriores para el cual n_{ij} adquiere el mínimo valor. Se consideró entonces que el evento j es réplica del evento i para el cual se cumple esa condición. Para valores muy pequeños de n_{ij} la correlación entre eventos es muy fuerte. Por tanto, el grado de correlación entre dos terremotos se define en la forma:

$$\gamma_{ij} = 1/n_{ij} \quad (16)$$

Los enlaces débiles que corresponden a eventos poco correlacionados se eliminaron definiendo un parámetro como la máxima correlación posible n_c , se consideraron débiles todos aquellos enlaces con valor $n_{ij} > n_c$.

La ecuación (15) determina la métrica de correlación entre eventos. En la misma d_f representa la dimensión fractal de los epicentros de los terremotos y fue determinada por el método de conteo por celdas. Por otra parte b es la constante de la ley de Gutenberg-Richter: $P(m) \sim 10^{-b m}$ cuyo valor es por lo general $b \sim 1$. El valor de la constante C depende de la región sísmica y se determina por la ecuación (15)^{5,6}.

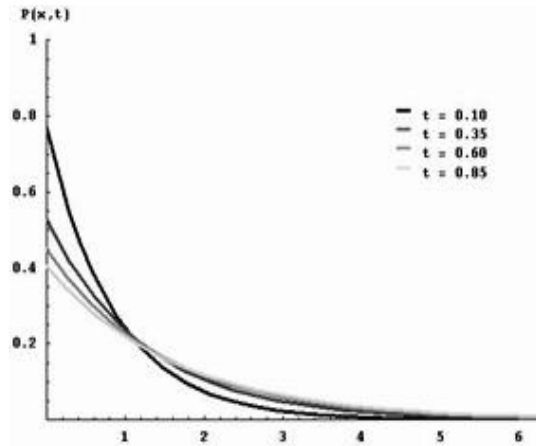


Figura 1. Solución de la EFPF

4 Resultados

Para poder hacer uso de la ecuación (15) fue preciso determinar la dimensión fractal de la distribución de los epicentros. Haciendo uso del método de conteo por celdas se determinó un valor de $d_f = 1.4$ para la data utilizada. Además, en dicha data la ley de Gutenberg-Richter se cumple para valores de magnitud superiores a 2 y brindó como resultado $b = (0.94 \pm 0.16)$.

Para determinar el valor de la constante C se seleccionaron varias áreas circulares en zonas de gran actividad sísmica y se realizó un conteo de la cantidad de eventos que tuvieron lugar en las mismas. El valor medio de C fue aproximado a $C=10^{-8}$ ya que este influye solamente de manera relativa para la determinación del peso del enlace n_{ij} . Además, para la data utilizada $\Delta m = 0.1$ y se consideró como la máxima correlación posible: $n_c=10^{-5}$. Para clasificar un evento como réplica de uno anterior, hemos impuesto que la magnitud no debe exceder la del anterior.

En la determinación de las correlaciones entre eventos las singularidades se eliminaron limitando el valor mínimo de t a 10 segundos y la mínima resolución espacial a 100 metros. Para obtener los valores de distancias, la latitud y la longitud geográfica del epicentro fueron transformadas a coordenadas planas.

Por medio de la ecuación (15) se obtuvo como resultado una red de eventos enlazados que evoluciona en el tiempo de forma jerárquica. En la misma no puede establecerse una clasificación precisa de un evento como terremoto o réplica pues un sismo puede ser simultáneamente una réplica de eventos anteriores y un terremoto creador de nuevos eventos. En la figura 2 se muestra un ejemplo de la red obtenida por el método BP.

El análisis de la distribución de los nodos para la red generada mostró que la misma cumple con una ley de potencia en la forma $P(k) \sim k^{-\delta}$. El valor del exponente fue $\delta=1.9$. Por lo tanto, según los criterios actuales del estudio de redes tenemos que los epicentros forman una red libre de escala^{5,6,19}.

La utilización del método BP brindó un total de 25 CTR con $N \geq 20$, donde N es el número de eventos. En la figura 3 se muestra a modo de ilustración una comparación entre un caminante Browniano y la difusión en una CTR tomada de la red generada con el catálogo. Aquí la distancia x es medida a partir de la posición del terremoto que genera la celda, o sea desde el primer evento de la misma. Note que en comparación con el caso Browniano, el caminante de los epicentros ejecuta saltos de forma muy irregular y en ocasiones permanece estático en determinadas posiciones. En el movimiento Browniano los tiempos de espera son finitos existiendo una escala característica de tiempo y el caminante tiende a alejarse del origen. En cambio, el caminante CTR mostrado nos da la existencia de tiempos de espera largos sin mostrar una escala característica, lo cual demuestra que el "caminante" asociado en este proceso es un CTRW.

En trabajos anteriores otros autores han propuesto que los epicentros de los terremotos presentan difusión anómala, la cual puede ser descrita mediante un modelo de CTRW (Ej. [1,2,3]).

En la figura 4 se muestra el comportamiento difusivo de los epicentros en CTR. En la misma la distancia se ha determinado realizando un cambio de variable de x a $y=l-x$, es decir, la distancia se mide desde la frontera de la celda hacia la posición del epicentro que la genera.

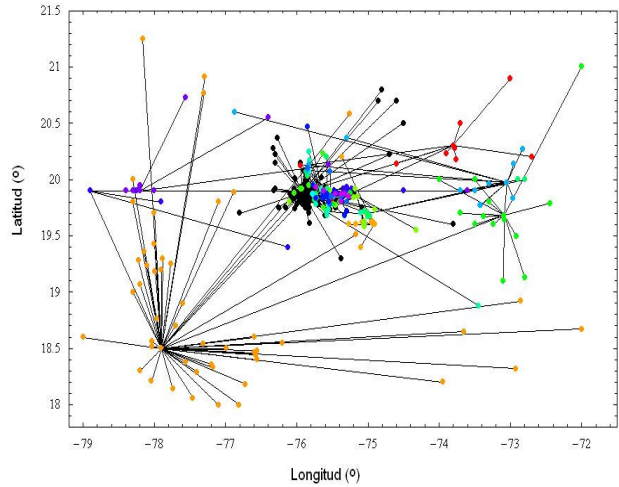


Figura 2. Red obtenida por el método BP

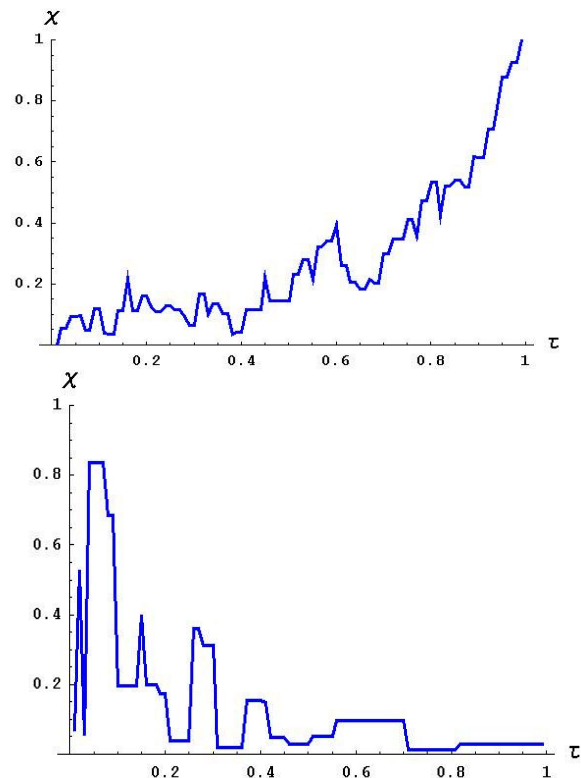


Figura 3. Comparación de un caminante Browniano (Arriba) con el CTRW del epicentro en una CTR (Debajo).

La realización de este cambio de variable se debe a que los epicentros muestran un proceso de centralización en la dirección del terremoto principal generador de la celda. La figura muestra un comportamiento subdifusivo hacia el centro de las celdas en la forma $\langle y^2 \rangle \sim t^\alpha$, con $\alpha = 0.24$.

En la figura 5 se muestra el comportamiento $P(x,t)$ vs x para las 25 celdas procesadas. Con el incremento del tiempo aumenta la probabilidad de encontrar al caminante en una posición cercana al punto donde tuvo lugar el terremoto principal de la celda y disminuye la probabili-

dad de encontrarlo en una posición alejada del mismo.

No es difícil percatarse de que la data ilustrada en la figura 5 tiene un comportamiento que puede describirse bien con la fórmula (14). El proceso de ajuste de la fórmula con la data lleva un conjunto de consideraciones que serán expuestas en un trabajo posterior

5 Discusión y conclusiones

Este trabajo demuestra que la difusión de epicentros en CTR determinadas por el método BP puede ser descrita por un CTRW donde la escala de tiempo característica diverge. Esto revela una vez más la naturaleza de Lévy de estos procesos. El caminante ejecuta saltos aleatorios y en ocasiones permanece estático, por un intervalo de tiempo, en determinadas posiciones.

La ocurrencia del terremoto principal genera tensiones en zonas cercanas al mismo. El número de estas tensiones se incrementa en dirección a dicho punto. Por lo general, al inicio las réplicas de las celdas tienen lugar a cualquier distancia del terremoto principal, sin embargo, con el incremento de t la mayoría de las réplicas tienen lugar a distancias cada vez más próximas del mismo. De esta manera, el epicentro del terremoto principal actúa como un "atractor" hacia el cual se desplazan los demás. En la figura 4 se muestra que el movimiento de los epicentros de las réplicas hacia el epicentro principal de la celda se describe mediante un proceso de difusión anómala en régimen sub-difusivo con valor de $0 < \alpha = 0.24 < 1$.

La figura 5 muestra que el proceso de difusión de los epicentros en CTR es análogo al resultado teórico de la solución de la EFP que se muestra en la figura 1. Para entender este resultado tenemos que tomar en cuenta que las características de la difusión de los epicentros en una región sísmica presentan un carácter no-Markoviano, en el cual la evolución del sistema en el tiempo depende del pasado. La ocurrencia del terremoto principal que da lugar a la celda, genera un rango de "memoria" que es grande comparada con el tiempo entre saltos. Ahora, el evento principal genera una distribución de tensiones que presenta una mayor probabilidad de ocurrencia de réplicas en las cercanías del centro de la celda. Además, el proceso de concentración de los epicentros hacia el centro de las celdas que hemos obtenido como consecuencia de la aplicación del método BP hace que el proceso sea análogo a la difusión de una partícula en régimen sub-difusivo, pero dirigido hacia un punto.

Esta analogía con el proceso de difusión anómalo revela la omnipresencia de los procesos de Lévy en los fenómenos naturales. En efecto, las distribuciones estables de Lévy tienen una base mucho más amplia que la Gaussiana la cual está relacionada sólo con la presencia de variables aleatorias distribuidas con varianza finita, mientras las distribuciones de Lévy no tienen esta limitación²⁰. Así, la gran generalidad de que gozan las distribuciones estables hace posible aplicar sus propiedades a

una gran variedad de fenómenos aleatorios que no se ajustan a distribuciones con varianza finita. Por ello, las leyes que se obtienen con las distribuciones estables son más generales.

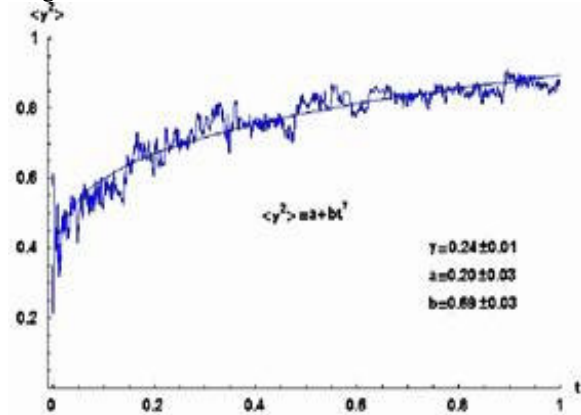


Figura 4. Comportamiento sub-difusivo de los epicentros en 25 CTR. Las distancias se determinan a partir de la frontera de las celdas hacia la posición del terremoto principal que la genera.

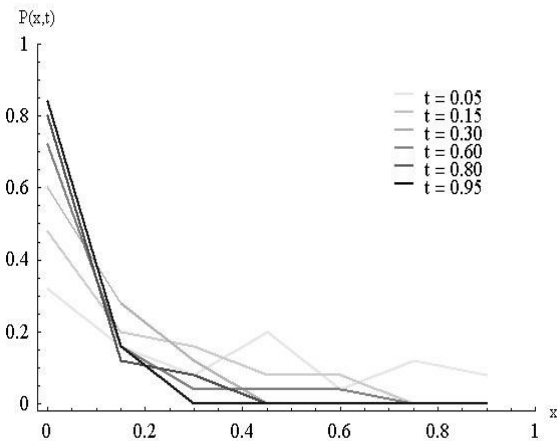


Figura 5. Probabilidad de encontrar al caminante a una distancia x del terremoto principal, para diferentes valores de tiempo.

En términos de terremotos, la aplicación de estos métodos sugiere que es correcto pensar en, los epicentros de los mismos como "caminantes aleatorios" con tiempo de espera cuya escala característica diverge. Así, si nos representamos el origen de los procesos sísmicos a través del movimiento de placas tectónicas rugosas, el mecanismo de retención del movimiento de las placas por las rugosidades es concebible como el "salto" de un epicentro del lugar donde ocurrió antes, al nuevo lugar en que las rugosidades se vuelven a interpenetrar y donde se van acumulando la mayor cantidad de esfuerzos²¹.

Se ha demostrado que el método BP conduce directamente a la descripción de la migración de los epicentros en las CTR con el evento principal como centro de atracción de la difusión, cosa no lograble aparentemente con otros métodos. En general, los epicentros en CTR generados por el método BP, se desplazan describiendo

un movimiento de centralización dirigida hacia el punto donde tuvo lugar el terremoto principal. Dicha centralización se representa mediante un proceso de difusión anómala en régimen subdifusivo. El epicentro del terremoto principal actúa como un “atractor” que ha creado una mayor concentración de tensiones en su cercanía que en zonas alejadas del mismo. Las tensiones se liberan primero a cualesquiera distancias, pero con el paso del tiempo las liberaciones de energía van teniendo lugar cada vez a distancias más próximas del epicentro principal.

Se revela además, una correspondencia entre la solución de la EFP y la distribución de probabilidades de encontrar el caminante de los epicentros a diferentes distancias del terremoto principal y para diferentes valores de tiempo. La difusión de los epicentros en una región sísmica presenta un carácter no-Markoviano, en el cual la evolución del sistema en el tiempo depende del pasado del sistema. La ocurrencia del terremoto principal que da lugar a la celda, genera un rango de “memoria” que es grande comparada con el tiempo entre saltos.

Se comprobó además, que el catálogo de terremotos de que disponemos genera, con este método, una red libre de escala, resultado semejante al obtenido por otros autores en trabajos anteriores con otros catálogos.

Agradecimientos

Al Dr. Julio García Peláez del departamento de Sismología de Ciudad de la Habana (CENAI), por facilitar la data procesada y por toda su disposición en las consultas referentes a la misma.

Referencias

1. O. Sotolongo-Costa, J.C. Antoranz, A. Posadas, F. Vidal, A. Vazquez.: Lévy Flights and Earthquakes, *Geophysical Research Letters*, Vol. 27, No. 13, pp 1965-1968, (2000).
2. A. Posadas, O. Sotolongo-Costa, C. Antoranz, and A. Vazquez.: Using Lévy Flights Functions to Characterize the Hypocenters Distribution of Seismic Series in South Spain. EGS XXVI General Assembly, Nice, France, March 2001.
3. A. Helmstetter and D. Sornette, Diffusion of epicenters of earthquake aftershock, Omori law and generalized continuous-time random walk models, *Phys. Rev. E*, 66. 061104, (2002).
4. L. Álvarez, T Chuy, J. García, B. Moreno, H. Álvarez, M. Blanco, O. Expósito, O. González and A. Fernandez, I., An earthquake catalogue of Cuba and neighboring areas, *ICTP Internal Report IC/IR/99/1*, Miramare, Trieste, 66 pp (1999).
5. M. Baiesi, M. Paczuski, Scale Free Networks of Earthquakes and Aftershocks, *Phys. Rev. E* 69, 066106 (2004).
6. M. Baiesi, M. Paczuski, Complex Networks of earthquakes and aftershocks, *Nonlinear Processes in Geophysics*, pp. 1-11, (2005)
7. M. Paczuski.: Networks as renormalized models for emergent behaviour in physical systems, web publication <http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0502028>. In *Complexity, Metastability and Nonextensivity* (World Scientific, London, (2005).
8. S.H. Yook, H. Jeong, A.L. Barabási, Modelling the Internet's Large-Scale Topology (2001), *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 99, 13382-13386 (2002).
9. M. Faloutsos, P. Faloutsos, C. Faloutsos: On Power-Law Relationship of the Internet Topology, *ACM SIG-COMM* (1999), *Comput Commun Rev*, 29, pp 251.
10. E. Barkai, R. Metzler and J. Klafter, From continuous time random walks to the fractional Fokker-Planck equation, *Physical Review E*, Vol 61, Number 1, (2000).
11. I. M. Sokolov, J. Klafter y A. Blumen, Fractional Kinetics, *Physics Today*, Nov. 2002.
12. M. Ciesielski y J. Leszczynski, Numerical Simulations of Anomalous Diffusion, *Computer Methods in Mechanics*, CMM 2003, Gliwice, Poland.
13. I. M. Sokolov, J. Klafter y A. Blumen, Does strange kinetics imply unusual thermodynamics? <http://arxiv.org> (2002).
14. R. Kupferman, Fractional Kinetics in Kac-Zwanzig Heat Bath Models, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 114, Nos. ½, (2004).
15. E. Lutz, Fractional Langevin equation, <http://arxiv.org> arXiv:cond-mat/0103128 v1 (2006).
16. R. Metzler, E. Barkai and J. Klafter.: Anomalous Diffusion and Relaxation Close to Thermal Equilibrium: A Fractional Fokker-Planck Equation Approach, *Physical Review Letters*, Vol 82, Number 18, (1999).
17. N. Chakravarti, Beyond Brownian Motion, a Levy Flight in Magic Boots, *Resonance* (2004), pp 50-60.
18. A. Loverro, Fractional Calculus: History, Definitions and Applications for the Engineer, (www.nd.edu/~msen/Teaching/UnderRes/).
19. R. Albert and Albert-László Barabási, Statistical Mechanics of Complex Networks, <http://arxiv.org>, arXiv: cond-mat/0106096 v1 (2001).
20. W. Feller, *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus Aplicaciones*, V. 2 Ed. Limusa (1975).
21. O. Sotolongo-Costa, A. Posadas, Fragment – Asperity interaction model for earthquakes, *Physical Review Letters*, Vol. 92, No 4, 048501-1-048501-4, Published by The American Physical Society, (2004).