

RUGOSIDAD COMO PARÁMETRO PARA CARACTERIZAR FLUJOS GRANULARES: RESULTADOS PRELIMINARES

ROUGHNESS AS A PARAMETER TO CHARACTERIZE GRANULAR FLOWS: PRELIMINARY RESULTS

A. BATISTA^A Y E. ALTSHULER^{A,B}

a)Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba, abatista@fisica.cu

b)Centre for Advanced Studies, Norwegian Academy of Sciences and Letters, Oslo, Norway, ealtshuler@fisica.uh.cu

Se intentan caracterizar, mediante la rugosidad de la superficie libre, diversos regímenes de un flujo granular en una celda de Hele Shaw. También se intentan diferenciar diversas zonas de la misma superficie. Los resultados, analizados mediante el software libre *Image J* convenientemente modificado, indican que la rugosidad permite diferenciar entre sí al menos una parte de los regímenes de flujo en estudio, lo que sugiere posibles aplicaciones geofísicas.

We attempt to characterize different flow regimes in granular media into a Hele-Shaw cell by means of the roughness of the free surface. We also try to distinguish different zones within a single free surface by measuring their roughness. The results, analyzed using the free software *Image J* modified *ad hoc*, indicate that the roughness allows distinguishing, at least, some of the flow regimes under study, which suggests possible geophysical applications.

Keywords. Granular flow, 47.57.Gc; Granular flow, mixing, segregation and stratification, 45.70.Mg; Granular systems, 45.70.-n; Self-organized systems, 05.65.+b.

INTRODUCCIÓN

Los medios granulares constituyen un importante tema de estudio dentro de la llamada Física de los Sistemas Complejos. Al incluirse entre ellos una amplia gama de materiales que van desde la arena hasta los polvos utilizados en la industria farmacéutica, no es difícil aceptar su relevancia en disímiles procesos industriales y geofísicos [1]. Ubicados en la frontera entre la mecánica y la Física Estadística, los medios granulares pueden ser estudiados microscópicamente, mediante el análisis particular de cada elemento y las interacciones de contacto con sus vecinos, y macroscópicamente, utilizando parámetros globales.

Los medios granulares pueden comportarse como sólidos, en caso de que la densidad de partículas sea alta, y se encuentren “trabadas” entre sí (estado de “jamming”). También pueden comportarse como un gas, cuando la densidad de partículas es baja, y éstas son agitadas mecánicamente con violencia. En el caso de los llamados flujos granulares, pueden coexistir una fase “líquida” que fluye cerca de la superficie libre, y una fase estática más profunda, que se comporta como un sólido. Es común estudiar tales flujos en tres geometrías básicas [2]: el “tambor rotatorio”, el plano inclinado, o la celda de Hele Shaw. En este artículo nos ocuparemos de

la caracterización de flujos que tienen lugar en ésta última geometría.

Los flujos granulares pueden ser descritos usando diferentes parámetros, desde el nivel macroscópico hasta el “mesoscópico”: se suelen estudiar el ángulo de reposo, la frecuencia de las avalanchas –en caso de que éstas ocurran– el grosor de la capa fluída, etc. En el presente trabajo proponemos una nueva aproximación: caracterizar diversos estadios del flujo granular mediante la rugosidad de la superficie libre. El análisis de imágenes –que se realizó usando el software libre *Image J* convenientemente modificado– sugiere que la rugosidad permite diferenciar algunos tipos de flujos entre sí.

EXPERIMENTOS

Nuestros experimentos tienen lugar en una celda de Hele-Shaw, la cual consiste en dos placas de vidrio rectangulares y paralelas entre sí, dispuestas verticalmente. La celda así construida está cerrada por debajo, y por uno de los laterales. Desde arriba, y cerca de la pared lateral cerrada del sistema, cae verticalmente un flujo de arena (dado en unidades de volumen por unidad de tiempo), que se puede controlar variando

el diámetro del embudo de alimentación. Al caer la arena, se va formando una pila cuyas caras laterales son paralelas y de forma aproximadamente triangular, como muestra la Fig. 1. Durante el experimento, la pila crece hasta que alcanza el extremo inferior abierto de la celda. La distancia entre las placas, w , es mucho mayor que el tamaño medio de grano de la arena que se utiliza en el experimento.

En este trabajo estudiaremos la rugosidad de la superficie libre próxima a uno de los vidrios laterales, en el intervalo desde que empieza a caer la arena al fondo de la celda, hasta que sale por el extremo inferior.

En nuestros experimentos trabajamos con arena de Santa Teresa (Pinar del Río, Cuba) de la cual conocemos sus principales propiedades, entre ellas un diámetro medio de granos $d \approx 143 \mu\text{m}$ [3-5]. Para adquirir las imágenes, usamos una cámara digital Canon PowerShot A630, con una resolución de 8 Megapíxeles. Para sacar cada foto, se dejaba de agregar arena a la celda momentáneamente. Para calcular la relación pixel/milímetro, F_c se tomaron siempre fotos que captaran a todo lo largo una distancia conocida sobre la superficie. Como conocemos la cantidad de píxeles de cada foto en esa dirección, se puede establecer la relación correspondiente. Es necesario aclarar que la cámara se inclinó lateralmente hasta un ángulo aproximadamente paralelo a la superficie libre, y su distancia hasta el vidrio lateral más próximo se mantuvo constante. Más tarde, durante el procesamiento digital de las imágenes, éstas eventualmente se rotaban digitalmente algunos grados para lograr un mejor paralelismo entre la superficie libre y la horizontal de la imagen.

Como se ha dicho anteriormente, nuestro parámetro básico a determinar es la rugosidad a lo largo de la superficie granular libre, que se puede definir como [6]:

$$R(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [h(i,t) - \bar{h}(t)]^2} \quad (1)$$

Se puede ver que esta es una medida de las desviaciones (baches o huecos) de una superficie dada.

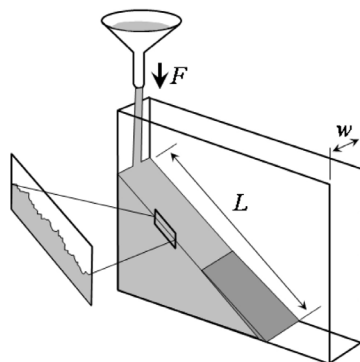


Figura 1. Flujo granular en una celda de Hele Shaw. En el recuadro se muestra una sección ampliada del perfil hipotético de la pila, donde se ha ilustrado la rugosidad de la superficie.

En (1), N es el número de píxeles que tiene de largo el tramo de superficie al cual se le calcula la rugosidad. Además:

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(i,t) \quad (2)$$

Se ha discretizado el largo del tramo de superficie en N pedacitos de un pixel cada uno (nótese que N es fácil de calcular conociendo la relación pixel/mm, F_c). El carácter discreto de los datos a usar en las fotos, (en forma de píxeles), hace que sea más cómodo trabajar utilizando N . De cada foto se puede extraer la altura $h(i,t)$ a la que se encuentra la superficie libre en cada columna de píxeles, para un instante de tiempo t (en el que se “congela” la superficie de la pila interrumpiendo la alimentación). R se calculó para $n-1$ tramos de superficie de longitud L' y un tramo de longitud resto(L/L').

En nuestro caso $L' \approx 1\text{cm}$ (aproximadamente unas 70 veces el tamaño de grano medio), de modo que el último tramo no tiene que tener exactamente longitud L' . Así, L es igual a $[L/L']$ más el resto de (L/L'). Por ejemplo, si la superficie es de 20.5 cm de longitud, se calculan 21 valores de rugosidad (correspondientes a 20 tramos de 1 cm, y un tramo de 0.5 cm). En cada caso se calcula la equivalencia de en píxeles según el factor de conversión F_c .

El cálculo de la rugosidad siguiendo las fórmulas (1)-(2) se implementó como un “Macro” del software libre *Image J*, el cual automáticamente procesaba las imágenes tomadas con la cámara, y devolvía los valores correspondientes de rugosidad a lo largo de toda la superficie, desde el primer tramo hasta el último.

El “Macro” programado sobre *Image J*, también preparaba las fotos convenientemente para el cálculo de la rugosidad. Primero se llevaban las fotos a blanco y negro, donde la zona blanca debía corresponder a la arena. Para esto fue necesario usar la herramienta *threshold* y eliminar las escalas de grises (sin embargo, no se pudo evitar el eliminar manualmente las partes blancas correspondientes a granos de arena pegados al papel negro de fondo al saltar por encima de la superficie libre). Luego de recortar y girar la foto para el ajuste fino de paralelismo descrito anteriormente, se procedía a calcular.

En el cálculo de las incertidumbres en los valores de R se han tenido en cuenta la resolución de las imágenes y el factor de conversión de milímetros a píxeles. Por otra parte, al utilizar la herramienta *threshold* del *Image J* hemos considerado que la muy buena separación entre blanco y negro de la arena y el fondo nos permite despreciar el error introducido por un pixel, pues este solo toma importancia cuando se “cambian” un número considerable de píxeles, cosa que en nuestras fotos no ocurre

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Ante todo, expliquemos brevemente los cambios de comportamiento que tienen lugar en el flujo en la medida que crece la pila, para un flujo y una separación entre vidrios fijos. Por debajo de cierta longitud crítica X_c de la base de la pila [4], la arena fluye en *régimen continuo*: la longitud L de la superficie libre

de la pila va creciendo sin que nunca se detengan los granos en ningún punto de esa superficie. Por encima de X_c , pasamos al *régimen intermitente*: la arena se desliza a lo largo de la superficie en forma de “avalancha” y se acumula cerca de la base de la pila, formando una “cuña” que crece, llenando una nueva capa de arena de abajo hacia arriba (la Fig. 1 muestra una cuña en color más oscuro). Nótese que, en esta etapa, los granos de la superficie que quedan por encima de la cuña se encuentran estáticos. Una vez que la cuña llega cerca del punto más alto de la pila, una nueva avalancha se desencadena, y así sucesivamente. En estos momentos, aún no está clara la explicación de este cambio de comportamiento.

En la referencia [4] se especula que una posible causa de la aparición del régimen intermitente es que, al rodar los granos hacia abajo en una pila suficientemente grande, las vibraciones asociadas al flujo actúan suficiente tiempo como para que ocurra segregación, de tal modo que los granos más grandes llegan primero abajo, donde quedan anclados. Sobre la base de estos granos difíciles de mover, “se apoya” la nueva capa de granos (la “cuña”) que “crece hacia arriba”.

Al llegar la arena al borde libre de la base horizontal y caer, la dinámica de la pila vuelve a cambiar: al no haber un lugar donde la cuña se pueda apoyar para formarse y crecer, desaparece el régimen intermitente, y se establece un nuevo régimen continuo, que llamaremos *régimen continuo final*. En éste régimen, las dimensiones de la pila –y por ende, de su superficie libre– dejan de crecer.

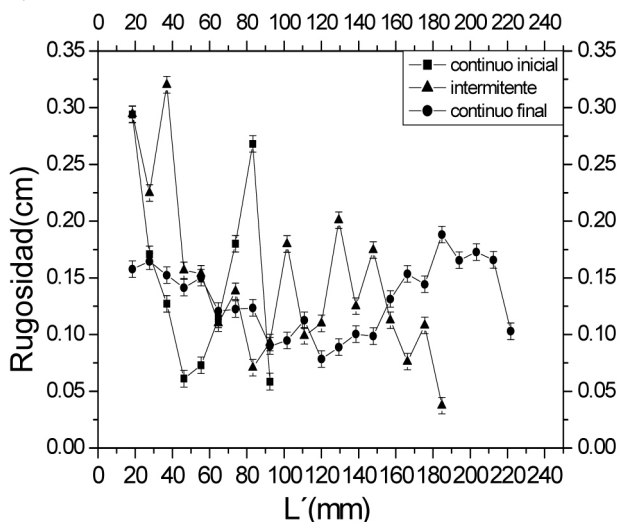


Figura 2. Rugosidad a lo largo de la superficie. Cuadros: régimen continuo inicial. Triángulos: régimen intermitente justo antes de una avalancha. Círculos: régimen continuo final, que comienza al llegar la arena a la frontera libre de la celda.

Llamaremos R_c , R_i y R_{cf} a las rugosidades correspondientes al régimen continuo, el intermitente, y el continuo final, respectivamente.

En este trabajo pretendemos comprobar la hipótesis de que los diferentes estadios descritos tienen asociados diferentes valores de la rugosidad superficial. Si así fuera, la rugosidad pudiera ofrecer un método para saber, por ejemplo, en qué estadio se

detuvo un proceso de formación de una pila granular. El método podría ser potencialmente útil para el estudio de montañas y otras formaciones geofísicas.

En la Fig. 2 ilustramos cómo la rugosidad varía en la medida que aumenta la distancia desde donde se inyecta la arena a la pila hacia el extremo inferior de la pila, para un flujo constante de $1,29 \text{ cm}^3/\text{s}$, y una separación entre vidrios $w = 1,1 \text{ cm}$. En el régimen intermedio (triángulos en la Fig. 2) la foto fue tirada cuando estaba por comenzar una avalancha, es decir, que estaba terminándose la ascensión de una capa de arena. En todos los casos, pero especialmente para los regímenes continuos, la rugosidad parece tener un mínimo hacia el centro de la superficie libre. Esto pudiera interpretarse como que existe segregación de granos pequeños hacia el centro de la pila y granos mayores cerca de los extremos superior e inferior, lo cual se debe comprobar en un estudio posterior tomando pequeñas muestras de las diversas zonas de la superficie, y realizando un estudio de distribución de tamaños de granos. (Al calcular la rugosidad para un tramo alrededor de cada punto, es decir, obtener un continuo de rugosidad, se obtiene una curva muy suavizada que no nos da más información acerca de las variaciones entre la rugosidad de un pedazo y otro de la superficie ya obtenidas mediante el método original).

El hallazgo de alta rugosidad cerca del extremo inferior de los regímenes continuos sugiere revisar con cuidado la hipótesis propuesta en [4] de que la segregación de granos grandes cerca del final de la pila sustenta el régimen intermitente. Un razonamiento puede ser el siguiente: en el régimen continuo inicial, si bien hay granos grandes acumulados cerca del extremo inferior de la pila, el tamaño pequeño de esta hace que los granos que bajan sufran pocos choques y por tanto su cantidad de movimiento no se ve reducida tan drásticamente como en una superficie larga, por lo que es más difícil “trabarse” en la zona rugosa y desencadenar un “frente ascendente”: ello sólo puede ocurrir para una superficie libre suficientemente extensa. Por otra parte, si bien parece haber segregación de granos grandes cerca del extremo libre de la pila también para el régimen continuo final, los granos segregados no deben ser tan grandes como en los dos regímenes anteriores, a juzgar por los valores absolutos de la rugosidad, como se desprende claramente de la Fig. 3, y como detallaremos de inmediato.

A continuación se realiza un análisis de las rugosidades medias en los diferentes regímenes del experimento, a la luz de los resultados contenidos en la Tabla 1, que se grafican en la Fig. 3. Allí se recogen los valores de la rugosidad promediados a lo largo de toda la superficie de la pila para diferentes regímenes, y para diversos flujos.

Debe aclararse, ante todo, que para flujos muy pequeños (menores que $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ aproximadamente) el régimen continuo inicial no es completamente “puro”, o sea, ocurren algunas avalanchas esporádicas. Por otro lado, para el mayor flujo medido ($2,07 \text{ cm}^3/\text{s}$) no fue posible obtener un valor confiable de la rugosidad en el régimen intermitente, debido a su muy corta duración.

Considerando estos elementos, y a la luz de la Fig. 3, se puede decir que la rugosidad media en el régimen intermitente es mayor que en el régimen continuo final. La comparación con el régimen continuo inicial es menos trivial, ya que, como hemos visto, es más difícil obtener esta fase en estado “puro”. Sin embargo, en el intervalo de flujos donde se puede aislar con mayor confiabilidad (entre $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ y $1.6 \text{ cm}^3/\text{s}$ aproximadamente) su rugosidad es mayor que la del régimen continuo final, y menor que la del régimen intermitente.

Lo visto anteriormente sugiere un nuevo parámetro para caracterizar los diferentes regímenes de crecimiento de una pila granular. Las aplicaciones geofísicas parecen posibles, ya que es relativamente fácil medir la rugosidad de una formación geológica mediante una vista lateral para determinar, por ejemplo, si se produjo mediante un régimen de continuo o de avalanchas con un extremo

CONCLUSIONES

Se investigó el comportamiento de la rugosidad en diferentes regímenes del crecimiento de una pila de arena en una celda de Hele-Shaw. Según los resultados, se pudieron diferenciar claramente entre sí dos regímenes de un total de tres a través de mediciones de rugosidad: un flujo continuo en una superficie que alcanza un borde libre posee una rugosidad sustancialmente menor que la de superficies libres que crecen sin llegar a alcanzarlo. Nuestro método también ayudaría a confirmar o no observaciones geofísicas asociadas a la segregación de rocas debido a avalanchas en montañas [7]. Como resultado de esto último, se pudieran sugerir diversas aplicaciones industriales y geofísicas en las que se debe hacer hincapié en próximos estudios.

Por otra parte, nuestros resultados sugieren revisar en detalle hipótesis anteriores sobre las causas de la emergencia del régimen intermitente [4]. En trabajos futuros, se realizarán mediciones con mayor resolución en píxeles/mm de los diferentes regímenes, y en diferentes momentos dentro de cada régimen. Finalmente, mediante un análisis granulométrico de muestras superficiales, se determinará si la rugosidad indica realmente la segregación de granos de diversos tamaños en la superficie.

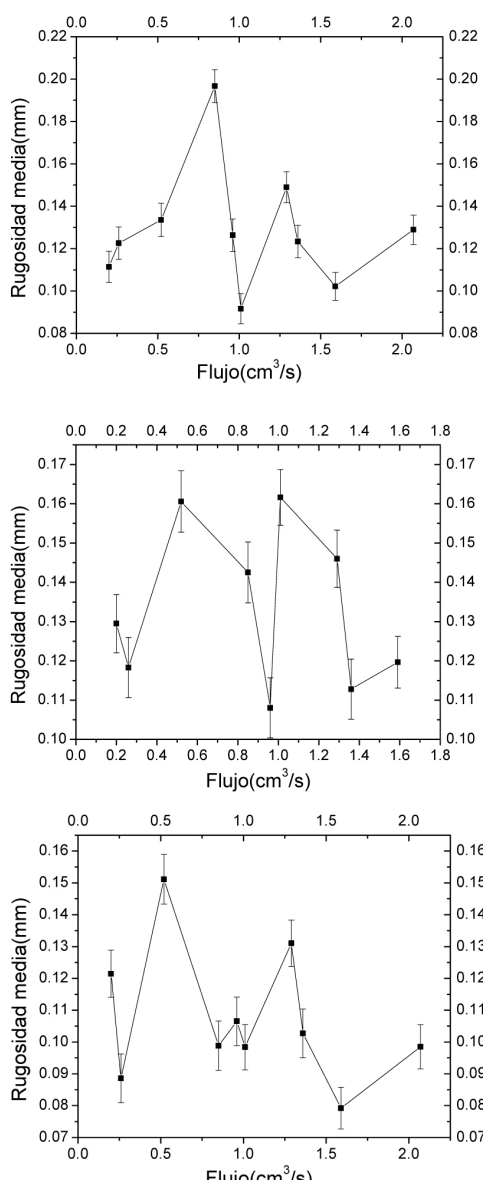


Figura 3. Rugosidades para diferentes valores de flujos y regímenes de flujo. Panel superior, intermedio e inferior: regímenes continuo inicial, intermitente y continuo final, respectivamente.

- [1] J. Duran, Sands, Powders and Grains (Springer, 1999)
- [2] MiDi, Eur. Phys. J. E, **14**, 341 (2004)
- [3] E. Altshuler, O. Ramos, E. Martínez, A. J. Batista-Leyva, A. Rivera y K. E. Bassler, Phys. Rev. Lett., **91**, 014501 (2003)
- [4] E. Altshuler, R. Toussaint, E. Martínez, O. Sotolongo-Costa, J. Schmittbuhl, y K. J. Máløy, Phys. Rev. E, **77**, 031305 (2008)
- [5] E. Martínez, C. Pérez-Penichet, O. Sotolongo-Costa, O. Ramos, K. J. Máløy, S. Douady, y E. Altshuler, Phys. Rev. E, **75**, 031303 (2007)
- [6] A.-L. Barabási y Eugene Stanley, Fractal concepts in surface growth. (Cambridge University Press, 2005)
- [7] T. Takahashi, Debris Flow (A. A. Balkema, Rotterdam, 1991)