

ESTABILIDAD, OBSERVABILIDAD, CONTROLABILIDAD Y RESPUESTA A FRECUENCIAS DE UN CONMUTADOR OPTOELECTRÓNICO DE VO₂, CONSIDERADO COMO UN DISPOSITIVO DE ENTRADA-SALIDA EN REPRESENTACIONES TF, SS Y ZPK

STABILITY, OBSERVABILITY, CONTROLABILITY AND FREQUENCY RESPONSE OF A VO₂ OPTOELECTRONIC COMMUTER, ASSUMING IT AS AN INPUT-OUTPUT DEVICE IN THE TF, SS AND ZPK REPRESENTATIONS

L. BENAVIDES

Facultad de Ingeniería Eléctrica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cuba, leonard@electronica.cujae.edu.cu

(Recibido 17/2/2014 ; Aceptado 6/11/2014)

Se analizan los conmutadores optoelectrónicos, basados en láminas delgadas de VO₂, como dispositivos de entrada-salida (E/S) de respuesta múltiple a estímulos de tensión eléctrica, temperatura y energía de la radiación electromagnética incidente. Se utilizan las representaciones de estos dispositivos sobre la base de su función transferencial (TF), en el espacio de estado (SS) y en la representación de polos, ceros y ganancia (ZPK). A partir de ahí, se investiga la estabilidad, observabilidad, controlabilidad y respuesta a frecuencias de dichos sistemas, lo cual contribuye a una mejor comprensión del funcionamiento de los mismos y sus potenciales aplicaciones.

Optoelectronic switches based on VO₂ thin films are analyzed as input-output devices (I/O) of multiple responses to stimuli of electric tension, temperature and energy of the incident electromagnetic radiation. The representations used are based on their transfer function (TF), in the space state (SS) and in the representation of poles, zeros and gain (ZPK). Starting from there, the stability, observability, controllability and frequency response of these systems are investigated, which contributes to a better understanding of the operation of these devices and their potential applications.

PACS: Optical computers, logic elements, interconnects, switches; neural networks 42.79.Ta, Optical properties of specific thin films 78.66.-w, Optoelectronic devices 85.60.-w

I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han publicado numerosos trabajos científicos, tanto teóricos, como experimentales, referentes a las características físicas de los compuestos óxidos de vanadio y sus posibles aplicaciones en la optoelectrónica y la microelectrónica modernas [1-6]. Muchos de esos trabajos han centrado la atención en las características físicas de los conmutadores optoelectrónicos de respuesta múltiple, basados en láminas delgadas de VO₂ [7-14]. Sin embargo, existen varios aspectos técnicos de estos dispositivos que no han sido aun suficientemente estudiados y que pudieran brindar más información para comprender mejor sus posibles aplicaciones. Por esas razones, en este trabajo se analizan los conmutadores optoelectrónicos, basados en láminas delgadas de VO₂, como dispositivos de entrada-salida (E/S) de respuesta múltiple a estímulos de tensión eléctrica, temperatura y energía de la radiación electromagnética incidente. Se utilizan las representaciones

de estos dispositivos en base a su función transferencial (TF), en el espacio de estado (SS) y en la representación de polos, ceros y ganancia (ZPK) y, a partir de ahí, se investiga la estabilidad, observabilidad, controlabilidad y respuesta a frecuencias de dichos sistemas, lo cual contribuye a una mejor comprensión del funcionamiento de los mismos y sus potenciales aplicaciones prácticas.

II. ANÁLISIS DEL SISTEMA I-V

Para nuestro análisis se consideraron láminas delgadas de VO₂, con orientación (100), depositadas epitaxialmente sobre un sustrato de zafiro cortado-R (Al₂O₃) [15]. El dispositivo de referencia fue considerado como un sistema de entrada-salida, lineal e invariante-temporal, en el cual la entrada está constituida por una secuencia de 25 señales de tensión directa y la salida como una secuencia de 25 intensidades de corriente. A este sistema lo denominaremos I-V y constituye un sistema de simple entrada-simple salida (SISO)

Se aplicó la transformada Z a las secuencias de entrada-salida, teniendo en cuenta que:

$$H_1(z) = \frac{Y_1(z)}{X_1(z)} \quad (1)$$

donde: $H_1(z)$ representa la función transferencial del sistema I-V en términos de la transformada Z; $Y_1(z)$ representa la transformada Z de la secuencia de intensidades de corriente a la salida y $X_1(z)$ representa la transformada Z de la secuencia de tensiones a la entrada del sistema. A partir de la relación (1) se obtuvo:

$$H_1(z) = \frac{(-32/655-11/262/z-89/2620/z^2-19/655/z^3-3/131/z^4-49/2620/z^5-39/2620/z^6-3/262/z^7-19/2620/z^8-7/1310/z^9-7/2620/z^{10}-1/1310/z^{11}+1/655/z^{12}+2/655/z^{13}+4/655/z^{14}+21/2620/z^{15}+29/2620/z^{16}+9/655/z^{17}+11/655/z^{18}+27/1310/z^{19}+63/2620/z^{20}+77/2620/z^{21}+23/655/z^{22}+107/2620/z^{23}+25/524/z^{24})/(-127/181-117/181/z-106/181/z^2-95/181/z^3-84/181/z^4-72/181/z^5-62/181/z^6-51/181/z^7-38/181/z^8-27/181/z^9-16/181/z^{10}-5/181/z^{11}+6/181/z^{12}+17/181/z^{13}+28/181/z^{14}+39/181/z^{15}+50/181/z^{16}+61/181/z^{17}+72/181/z^{18}+83/181/z^{19}+94/181/z^{20}+105/181/z^{21}+116/181/z^{22}+127/181/z^{23}+138/181/z^{24})} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta la relación (2) es posible obtener la forma explícita del circuito equivalente, que simula el comportamiento del sistema I-V. Este circuito está constituido por amplificadores operacionales, elementos sumadores y elementos retardadores unitarios de fase, cuyos parámetros de funcionamiento dependen de los parámetros físicos del sistema, es decir: el espesor de la lámina delgada de VO_2 , la morfología de la superficie, la naturaleza y temperatura del sustrato, el método utilizado para obtener la lámina delgada y otras condiciones [16].

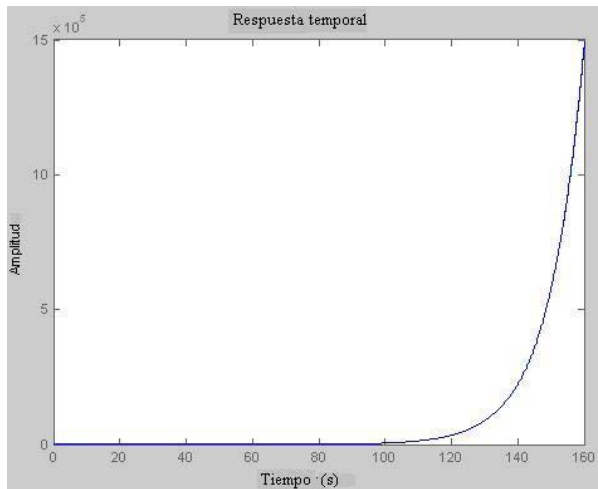


Figura 1. Resposta del sistema I-V a un paso en el tiempo

A manera de ejemplo, en la figura 1 se muestra la respuesta en el tiempo del sistema I-V a un paso unidad considerando un

tiempo de muestreo de 0,1 s para la función transferencial del sistema. Se puede apreciar que dicha respuesta diverge para la zona próxima al extremo superior del rango temporal, lo cual indica la inestabilidad asintótica que presenta el sistema considerado para esa región.

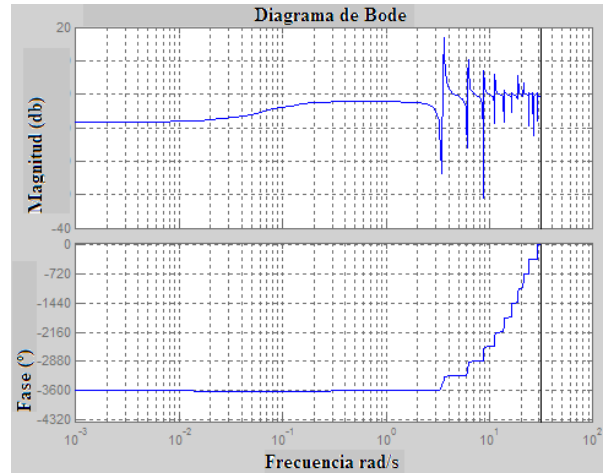


Figura 2 Diagramas de amplitud y fase de Bode para el sistema I-V

En la figura 2 se muestran los diagramas de amplitud y fase de Bode para el sistema I-V. La línea vertical continua en el extremo derecho corresponde con la frecuencia de Nyquist, π/T_s , que depende del tiempo de muestreo empleado (T_s) para el sistema discreto en el tiempo. Para un caso general cualquiera el programa de computación desarrollado realiza el gráfico para un rango de frecuencias y un número de puntos escogidos automáticamente. En este caso se utilizó el valor $T_s = 0,1$ s, pero de lo contrario, si no se especifica, el programa toma por defecto el valor $T_s = 1$ s. Se aprecia que los gráficos se distorsionan para frecuencias próximas a la de Nyquist para este sistema. Por otra parte, en la figura 3 se muestra similarmente la carta de Nichols para el sistema analizado. Adicionalmente la figura 4 indica la forma que adopta, para el sistema considerado, el diagrama de Nyquist.

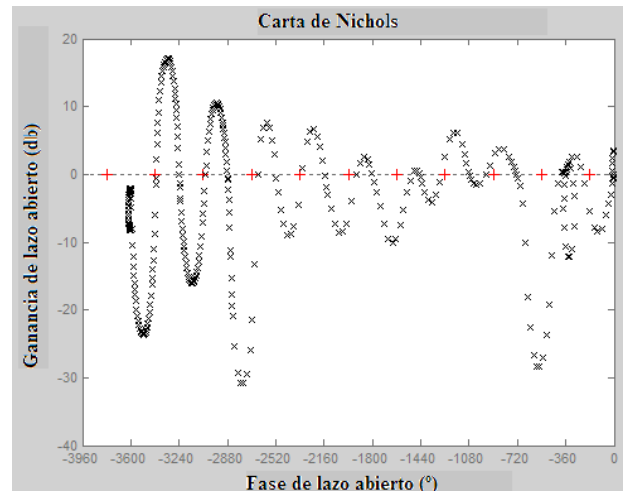


Figura 3 Carta de Nichols para el sistema I-V

Estos tres diagramas: Bode, Nichols y Nyquist, ofrecen de formas distintas el comportamiento de la función transferencial

que representa al sistema y permiten comprender mejor el comportamiento del mismo y, en particular, su respuesta a frecuencias.

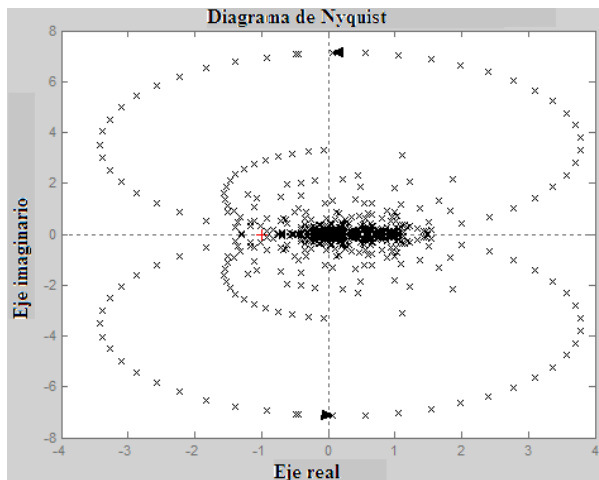


Figura 4 Diagrama de Nyquist para el sistema I-V

En lo señalado anteriormente, el análisis del sistema I-V se ha basado en las relaciones entrada-salida (representación TF), lo cual se conoce como descripción externa del sistema. Sin embargo, es posible también aplicar el método de representación de los sistemas en el espacio de estado (SS), lo cual se conoce como descripción interna de los sistemas. La utilización de este segundo método de trabajo permite: una vista interior sobre el comportamiento del sistema; una manipulación sistemática de los sistemas con entradas y salidas múltiples, como ocurre en general en este caso y una posible extensión al caso de sistemas no-lineales.

Para obtener la representación SS del sistema I-V se escogieron, como variables de estado, a las señales de salida de cada uno de los elementos retardadores de fases correspondientes al circuito equivalente del sistema [16]. De esta forma se obtuvieron las expresiones:

$$[q[n+1]] = [A1][q[n]] + [B1]x[n] \quad (3)$$

$$y[n] = [C1][q[n]] + [D1]x[n] \quad (4)$$

en las cuales [A1] es una matriz cuadrada de orden N y constituye la matriz del sistema; [B1], [C1] y [D1] son otras matrices que caracterizan la representación; $[q[n]]$ es el vector de las variables de estado y $x[n]$ y $y[n]$ representan las secuencias de las señales de entrada y salida respectivamente. N corresponde a la dimensión de la representación. En nuestro caso se tomó $N=24$. De manera que las expresiones (3) y (4) constituyen las ecuaciones de la representación en el espacio de estado de nuestro sistema I-V. Del análisis realizado de la matriz del sistema se pudo confirmar que dicho sistema no es asintóticamente estable, lo cual se corresponde con las expectativas físicas, ya que no sería factible que este sistema I-V tuviera una respuesta estable frente a un incremento ilimitado de la señal de entrada y esto es comprensible por las propias limitaciones del modelo utilizado. Sin embargo, el mismo análisis de la matriz del sistema I-V conduce a la afirmación

de que dicho sistema es completamente observable, es decir, que no existe algún estado inicial del sistema $q(0) = q_0 \neq 0$ y una entrada $x[k]=0$ para $k \geq 0$ para la cual $y[k]=0$ para $k \geq 0$. Igualmente, el análisis de la matriz del sistema I-V conduce a la afirmación de que dicho sistema es completamente controlable, es decir, que cualquier estado inicial del sistema $q_0 \neq 0$ puede ser conducido al origen, en algún tiempo finito, utilizando la entrada $x[n]$. Las propiedades de inestabilidad asintótica y de observabilidad y controlabilidad completas del sistema I-V se corresponden completamente [7] con el comportamiento práctico de este sistema.

El comportamiento físico del sistema I-V también es posible analizarlo utilizando la representación en polos, ceros y ganancia (representación ZPK) de la función transferencial de dicho sistema. En la figura 5 se muestra el diagrama de ubicación en el plano complejo z de los polos y ceros de la función transferencial del sistema I-V. Los círculos indican los ceros y las cruces indican los polos

La totalidad de los polos se encuentran ligeramente fuera del círculo unitario $|z|=1$, lo cual se corresponde con el resultado de inestabilidad que obtuvimos del análisis de la matriz del sistema en la representación SS.

A continuación mostraremos los resultados obtenidos en el análisis correspondiente al sistema que denominaremos ro-T

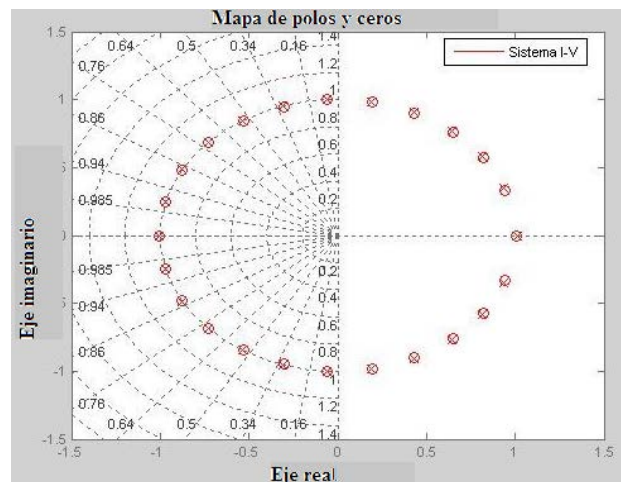


Figura 5 Diagrama de polos y ceros de la función transferencial del sistema I-V

III. ANÁLISIS DEL SISTEMA ro-T

En este caso para nuestro análisis se consideraron láminas delgadas de alta calidad de VO_2 , con características físicas similares a las utilizadas para el análisis del sistema I-V [17]. El dispositivo de referencia fue considerado como un sistema de entrada-salida, lineal e invariante temporal, en el cual la entrada está constituida por una secuencia de 25 valores de temperatura (T) y la salida como una secuencia de 25 valores de resistividad eléctrica (ρ). A este sistema lo denominaremos ro-T y constituye un sistema de simple entrada-simple salida (SISO). En lo que sigue en todo este trabajo, todas las

secuencias de valores de las magnitudes de entrada y salida están consideradas con un tiempo de muestreo de 0,1 s.

Utilizando un procedimiento similar al empleado para el análisis del sistema I-V, se puede hallar, en este caso, el comportamiento del sistema ro-T por medio de la representación TF del sistema considerado.

En la figura 6 se muestra la respuesta en el tiempo del sistema ro-T a un paso unidad considerando un tiempo de muestreo de 0,1 s para la función transferencial del sistema. Se puede apreciar que dicha respuesta diverge para la zona próxima al extremo superior del rango temporal, lo cual indica la inestabilidad asintótica que presenta el sistema considerado para esa región.

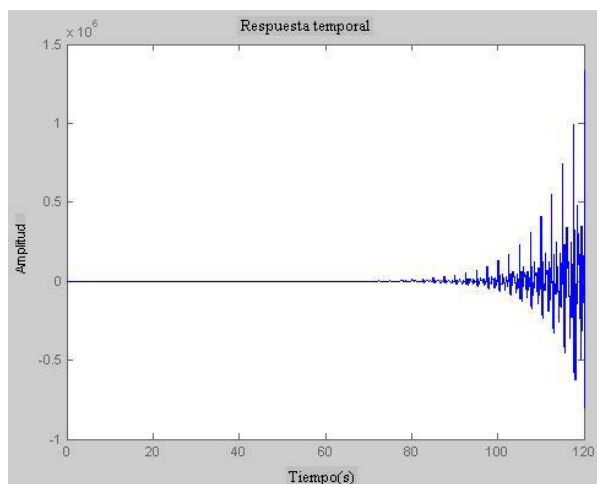


Figura 6 Respuesta en el tiempo del sistema to-T a un paso unidad

En la figura 7 se muestran los diagramas de amplitud y fase de Bode para el sistema ro-T. En este caso, de nuevo la línea vertical continua en el extremo derecho corresponde con la frecuencia de Nyquist, que depende del tiempo de muestreo empleado (T_s). Para frecuencias próximas a la de Nyquist para este sistema se aprecian distorsiones en los gráficos, tanto de amplitud, como de fase, lo cual es característico de este tipo de gráficos para el análisis de las funciones transferenciales de ciertos tipos de sistemas.

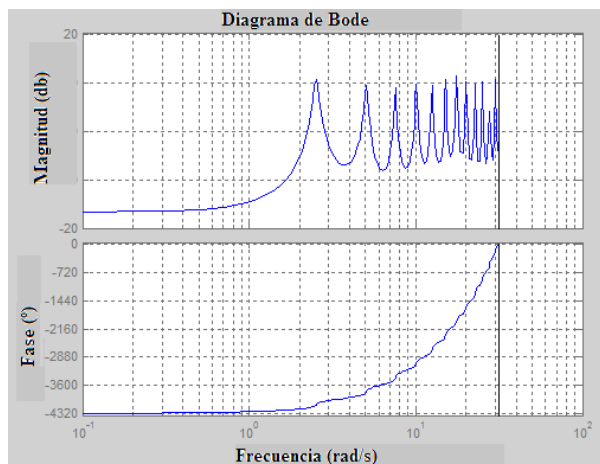


Figura 7 Diagramas de amplitud y fase de Bode para el sistema ro-T

Por otra parte, en la figura 8 se muestra similarmente la carta de Nichols para el sistema analizado. En este caso se aprecia una oscilación de la ganancia alrededor de un valor constante, lo cual está relacionado con el tipo de función transferencial que corresponde a este sistema físico.

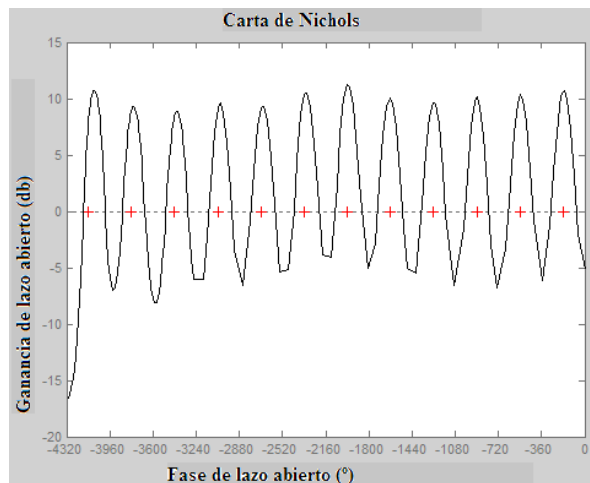


Figura 8 Carta de Nichols para el sistema ro-T

Los marcadores empleados en la figura 8 son diferentes a los empleados en las figuras 3 y 12 para que se ajusten mejor a los resultados obtenidos en este sistema ro-T y resulte más fácil poder apreciar las diferencias respecto a los gráficos similares correspondientes a los sistemas I-V y alfa-energía respectivamente.

En este caso el ancho de banda del sistema es infinito, lo cual indica que dicho sistema no presenta una frecuencia para la cual se pueda considerar que la respuesta cae al 70,7 % del valor correspondiente a CD.

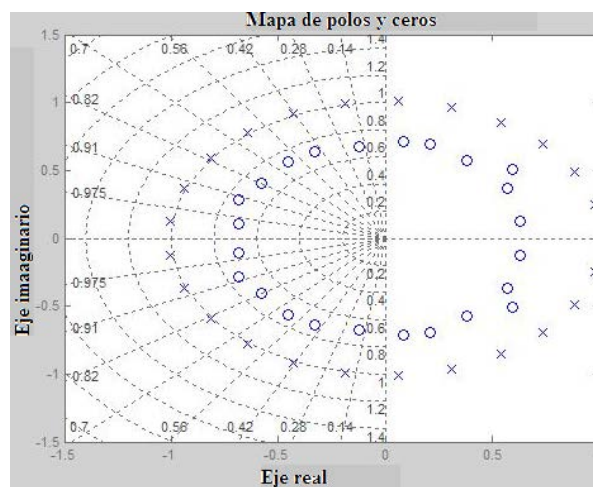


Figura 9 Diagrama de polos y ceros de la función transferencial del sistema ro-T

La representación en el espacio de estado del sistema ro-T se puede obtener utilizando un procedimiento similar al que condujo a las expresiones (3) y (4). De esa manera se pudieron obtener las expresiones de las matrices $[A2]$, $[B2]$, $[C2]$ y $[D2]$, que determinan la representación SS del sistema ro-T en este caso. Del análisis de estas matrices se pudo confirmar que, al igual que el sistema I-V, el sistema ro.-T no tiene un

comportamiento asintóticamente estable, pero resulta ser un sistema completamente observable y controlable.

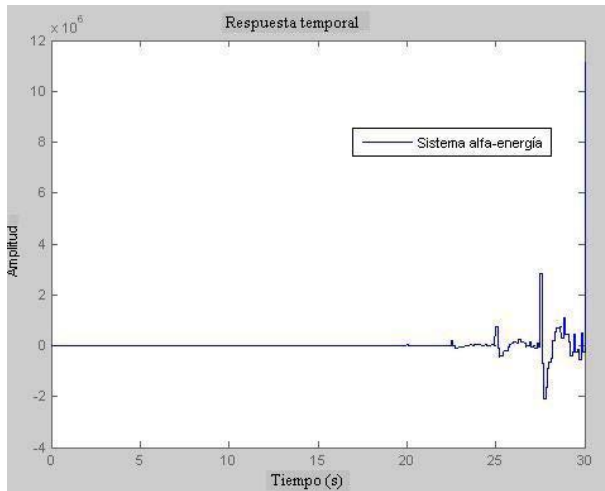


Figura 10 Respuesta del sistema alfa-energía a un paso unidad en el tiempo

La representación ZPK del sistema ro-T se obtuvo a partir de las características de su función transferencial. En la figura 9 se muestra el diagrama de ubicación en el plano complejo z de los polos y ceros de la función transferencial del sistema ro-T.

También en la figura 11 se pueden apreciar las gráficas de Bode para las respuestas de amplitud y fase del sistema ahora analizado.

Para frecuencias próximas a la de Nyquist para este sistema, al igual que en los sistemas anteriormente analizados, se aprecian distorsiones en los gráficos, tanto de amplitud, como de fase.

La figura 12 muestra la carta de Nichols para el sistema alfa-energía.

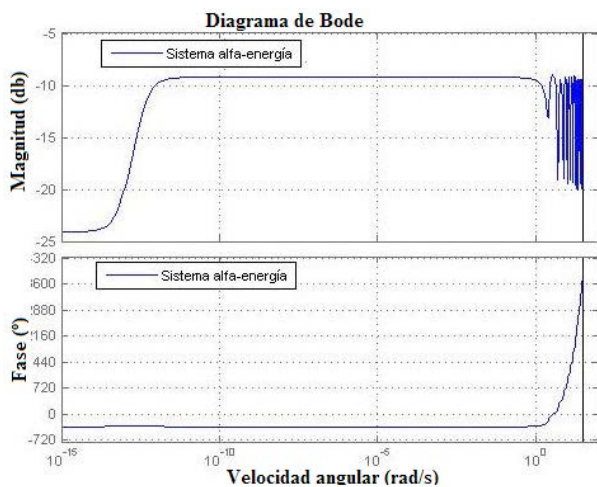


Figura 11 Diagramas de amplitud y fase de Bode para el sistema alfa-energía

Como se puede apreciar de la figura 9, todos los polos de la función transferencial del sistema ro-T se encuentran fuera del círculo de módulo unitario en el plano complejo z , lo cual se corresponde con las características de inestabilidad de este sistema, ya apuntadas anteriormente.

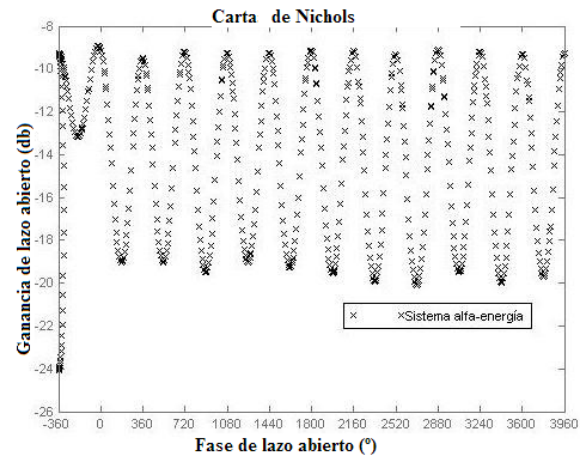


Figura 12 Carta de Nichols para el sistema alfa-energía

IV. ANÁLISIS DEL SISTEMA ALFA-ENERGÍA

Entre las principales aplicaciones de los dispositivos basados en láminas delgadas de dióxido de vanadio se encuentran su utilización como rápidos conmutadores optoelectrónicos [18,19]. Para el análisis de la respuesta a estímulos ópticos que presenta este dispositivo, igual que en la respuesta a estímulos eléctricos, se consideran láminas delgadas de VO_2 , con orientación (100), depositadas epitaxialmente sobre un sustrato de zafiro cortado- $\text{R}(\text{Al}_2\text{O}_3)$ [15]. En este caso el dispositivo se consideró con una secuencia de entrada correspondiente a 25 valores de las energías (E), en eV, de los fotones de la radiación electromagnética incidente y la secuencia de salida se tomó como correspondiente a los 25 valores, en cm^{-1} , del coeficiente (α), tomado a 340 K, de absorción de la radiación electromagnética incidente. A este sistema le hemos llamado sistema alfa-energía.

En este caso utilizaremos el mismo procedimiento empleado para el análisis de los sistemas I-V y ro-T, de manera que nos limitaremos a exponer los resultados obtenidos.

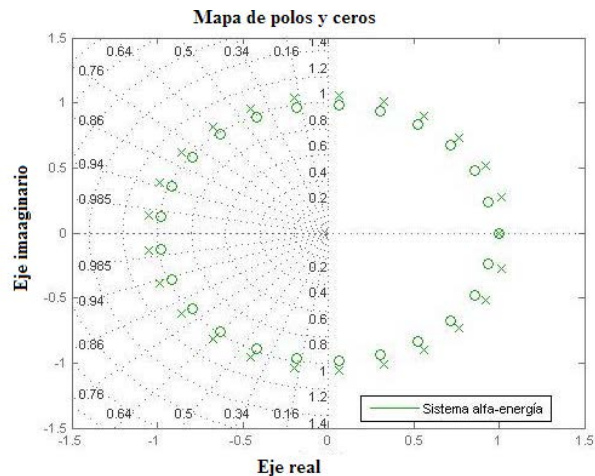


Figura 13 Diagrama de polos y ceros de la función transferencial del sistema alfa-energía.

En la figura 10 se muestra la respuesta temporal del sistema alfa-energía en el cual, al igual que en los sistemas anteriormente analizados en este trabajo, se evidencia cierta inestabilidad de la

respuesta en la zona superior del rango temporal seleccionado. En el sistema alfa-energía también ocurre en la carta de Nichols una oscilación alrededor de un valor constante de ganancia, similarmente a la observada en el gráfico correspondiente para el sistema ro-T.

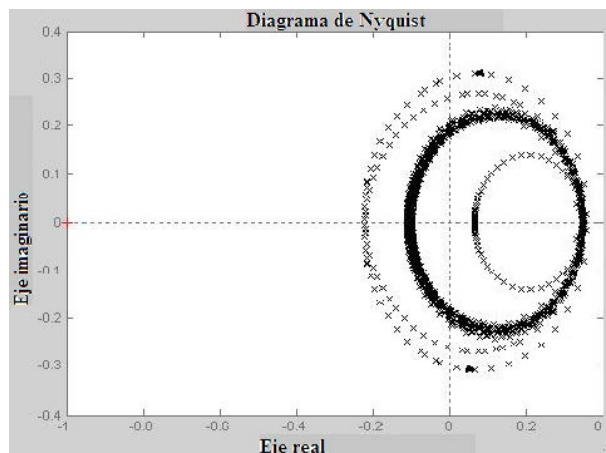


Figura 14 Diagrama de Nyquist para el sistema alfa-energía.

El diagrama de polos y ceros de la función transferencial del sistema alfa-energía se muestra en la figura 13. Para este sistema también se manifiesta el hecho de que los polos de su función transferencial se encuentran fuera del círculo de módulo unidad en el plano complejo z , lo cual habla acerca de la inestabilidad de este sistema, similarmente a lo señalado para los sistemas I-V y ro-T.

De forma análoga, el diagrama de Nyquist para el sistema alfa-energía se ilustra en la figura 14. Las figuras 11, 12, 13 y 14 se corresponden completamente con el comportamiento práctico del sistema alfa-energía.

V. ANÁLISIS DEL SISTEMA MIMO

Teniendo en cuenta los resultados anteriores correspondientes a los sistemas SISO (I-V, ro-T y alfa-energía) y considerando igualmente que cada uno de esos sistemas cumplen las condiciones de linealidad e invarianza temporal, es posible representar el sistema MIMO correspondiente y obtener su función transferencial H , a partir de una concatenación, según la diagonal por bloques, de las funciones transferenciales H_1 , H_2 y H_3 correspondientes a los sistemas SISO en cuestión [20]. Esta situación se ilustra en la figura 15.

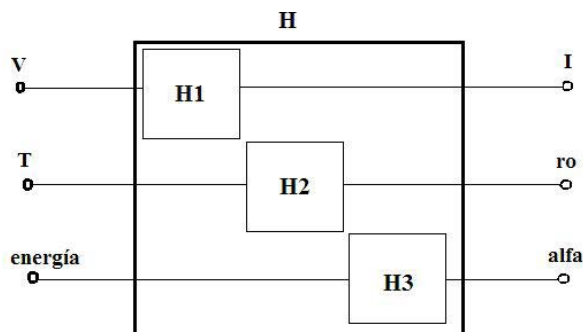


Figura 15 Concatenación de los sistemas SISO para obtener el sistema MIMO.

Cuando este sistema MIMO se lleva a la representación (SS) en el espacio de estado, las matrices $[A]$, $[B]$, $[C]$ y $[D]$ de este sistema se pueden obtener como las sumas directas respectivamente de las matrices $[A_j]$, $[B_j]$, $[C_j]$ y $[D_j]$ ($j = 1, 2, 3$) de los diferentes sistemas SISO considerados en este trabajo, es decir:

$$[A]=[A1] \oplus [A2] \oplus [A3] \quad (5)$$

$$[B]=[B1] \oplus [B2] \oplus [B3] \quad (6)$$

$$[C]=[C1] \oplus [C2] \oplus [C3] \quad (7)$$

$$[D]=[D1] \oplus [D2] \oplus [D3] \quad (8)$$

En las expresiones (5)-(8), $[A]$ es una matriz cuadrada 72×72 , $[B]$ es una matriz 72×3 , $[C]$ es una matriz 3×72 y $[D]$ es una matriz 3×3 . En su conjunto $[A]$, $[B]$, $[C]$ y $[D]$ constituyen las matrices de la representación de dimensión 72 del sistema MIMO en el espacio de estado.

CONCLUSIONES

Se analizaron los conmutadores optoelectrónicos de respuesta múltiple, basados en láminas delgadas de VO_2 teniendo en cuenta las representaciones de estos dispositivos en base a su función transferencial (TF), en el espacio de estado (SS) y en la representación de polos, ceros y ganancia (ZPK) y, a partir de ahí, se obtuvo la estabilidad, observabilidad, controlabilidad y respuesta a frecuencias de cada sistema.

La estabilidad en el funcionamiento de este tipo de dispositivos es vital si se piensa, sobre todo, en sus posibles aplicaciones en circunstancias muy diversas que se suelen presentar en la práctica y que, en ocasiones, requieren lograr velocidades ultra-altas de conmutación ($t \ll 50$ ps) y conmutación eficaz en la banda de microondas, como las que se utilizan en las antenas, así como para aplicaciones de radar. Igualmente resulta de suma importancia la respuesta a frecuencias del dispositivo, para conocer sus posibles distorsiones de la señal conmutada, lo cual puede ser de suma importancia en aplicaciones médico-biológicas. En general, el análisis partió de un conjunto de datos experimentales obtenidos por otros investigadores y debidamente referidos en este trabajo. Además, se utilizó como instrumento de análisis un modelo físico-matemático y un circuito equivalente del conmutador optoelectrónico basado en láminas delgadas de VO_2 , que fueron desarrollados por el autor de este trabajo y que fueron publicados en un volumen y número anteriores de esta revista [16].

Todo el trabajo de simulación se ha desarrollado considerando que los sistemas SISO que se analizan son sistemas lineales e invariante-temporales (LTI). Esto, indiscutiblemente, es un elemento de aproximación, pero que resulta, a la vez, simplificador para el análisis final.

El trabajo aquí desarrollado permite otro acercamiento a la

comprensión del funcionamiento de este tipo de dispositivos optoelectrónicos, al poder comparar los resultados experimentales ya existentes, con los resultados teóricos ahora obtenidos, incluso utilizando diferentes vías y métodos de análisis. Los resultados alcanzados en cada sistema analizado en este caso concuerdan satisfactoriamente con los obtenidos en la práctica y que se encuentran reportados en la literatura internacional, todo lo cual contribuye a una mejor comprensión del funcionamiento de los mismos y sus potenciales aplicaciones prácticas [21].

[1] Zhou, Y., et al., IEEE Electr. Device Lett. **34**, 220 (2013)
 [2] Wang, K., et al., ACSNano **7**, 2266 (2013).
 [3] Kar, A., et al., Appl. Phys. Lett. **102**, 072106 (2013).
 [4] A. Joushaghani, et al., Appl. Phys. Lett. **102**, 061101 (2013)
 [5] T. J. Huffman, et al., Phys. Rev. B **87**, 115121 (2013).
 [6] K. Appavoo, et al., EPJ Web Conf. **41**, 03026 (2013).
 [7] J. Wu, *Metal-Insulator Phase Transition in Vanadium Dioxide for Electronics*, in Center for Energy Efficient Electronics Science (2012).
 [8] C. D. Weber, et al., Phys. Rev. Lett. **108**, 256402 (2012).

[9] L. A. Sweatlock and K. Diest, Opt. Express **20**, 8700 (2012).
 [10] J.-C. Orlianges, et al., App. Phys. Lett. **101**, 133102 (2012)
 [11] M. Mao, et al., J. Inorg. Mat. **27**, 891 (2012).
 [12] H. W. Liu, et al., J. Phys.: Condens. Matter **24**, 415604 (2012).
 [13]. J. Leroy, et al., Appl. Phys. Lett. **100**, 213507 (2012).
 [14] E. Bingham, *Measuring the Strain-Temperature Phase Diagram of Vanadium Dioxide Nanowires*. (2012). <http://www.int.washington.edu/REU/2012/students/binghai.pdf>
 [15] Y.J. Chang, et al., Thin Solid Films **486**, 46 (2005).
 [16] L. Benavides, Rev. Cub. Fis. **28**, 5 (2011).
 [17] C. H. Koo, et al., arXiv:cond-mat/0508212
 [18] H. Volkan Demir, et al., J. App. Phys. **100**, 043107 (2006).
 [19] D. J. Albares, et al., *Optoelectronic Switches and Applications* in Proceedings GOMAC (1992).
 [20] ControldeSistemasMultivARIABLES. <http://200.13.98.241/~antonio/cursos/control/notas/mimo/mimo.pdf>, 2009.
 [21] L. Benavides. *Análisis integral de la factibilidad de desarrollo y construcción de un conmutador optoelectrónico de respuesta múltiple*, 16 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura (La Habana, Cuba: Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría, 2012)