

¿CÓMO IMPULSAR UN PÉNDULO? EL EJEMPLO DEL BOTAFUMEIRO

HOW TO IMPULSE A PENDULUM? THE BOTAFUMEIRO EXAMPLE

A. BERAZAIN[†], L.D. PRIETO

Instituto Superior de Diseño, Universidad de La Habana, 10300 La Habana, Cuba; antoniob@isdi.co.cu[†]

[†] autor para la correspondencia

Recibido 16/3/2017; Aceptado 25/10/2017

PACS: Education, 01.40.-d; General physics, 01.55.+b; Research in physics education, 01.40.Fk

Es usual en los cursos de Física General el estudio del péndulo simple dentro del tema de oscilaciones mecánicas. La forma de impulsarlo es alejarlo de su posición de equilibrio y soltarlo [1, 2].

También es común utilizar el ejemplo de la persona que se balancea en un columpio al tratar las oscilaciones forzadas. Sin embargo, no se explica cómo la persona logró impulsarse, a pesar de ser una experiencia que casi todos hemos vivido.

Varios autores han estudiado la Física del columpio [3, 4] y definen su movimiento como excitación o bombeo paramétrico.

Por otra parte, el botafumeiro es un incensario que desde hace 700 años cumple un rito religioso en la Catedral de Santiago de Compostela, Galicia, oscilando a lo largo de los 65 m del transepto del templo [5, 6].



Figura 1. El botafumeiro.

Resulta interesante la manera en la que los clérigos logran impulsarlo, y que no es otra que el mencionado bombeo paramétrico.

Utilizando un modelo sencillo, el ejemplo del botafumeiro puede presentarse en los cursos de Física General, al igual

que el caso del columpio e ilustrar conceptos como la conservación de la energía mecánica y del momento angular.

El botafumeiro, de 53 kg, está hecho de latón plateado y cuelga sostenido por una soga que mide 20,6 m desde su centro de masa al punto de suspensión. Tiene 1,5 m de alto y en su parte más ancha mide 0.59 m. Al oscilar, pasa a 68 km/h por la parte más baja del recorrido [5, 6].

La soga, de unos 0.05 m de grosor y 15,7 kg, se enrolla en un mecanismo sujeto al crucero de la torre, compuesto de dos cilindros de madera de 0.29 y 0.58 m de diámetro respectivamente, sujetos por un eje común. Esto permite que al halar la soga cierta longitud, ésta se duplique.

El incensario se separa unos 13° de la vertical y a partir de ese momento, los tiraboleiros [6] se encargan de tirar la soga cada vez que pasa por el punto más bajo de la trayectoria, reduciendo la longitud en 2,9 m, y luego en el punto más alto la sueltan. En unas 17 o 18 veces, han suministrado energía suficiente para que el desplazamiento angular alcance valores de 82°, apenas un metro por debajo del techo.

Visto así, es un péndulo paramétrico, toda vez que su movimiento está asociado a la variación de un parámetro, en este caso la longitud entre el punto de sujeción en el techo y su centro de masa.

En tal sentido se asemeja al columpio, para el que existen dos formas de auto impulsarse: sentado o de pie [3].

Al columpiarse de pie y pasar por la parte más baja, la persona se incorpora, acorta la longitud de la cuerda a su centro de gravedad y el columpio gana energía.

Al llegar a la parte más alta, se agacha y el columpio pierde energía, pero menos de la que ha ganado, por lo que cada ciclo incrementa la amplitud de las oscilaciones.

Es evidente que el botafumeiro se impulsa de una manera similar al del columpio en que la persona se encuentra de pie.

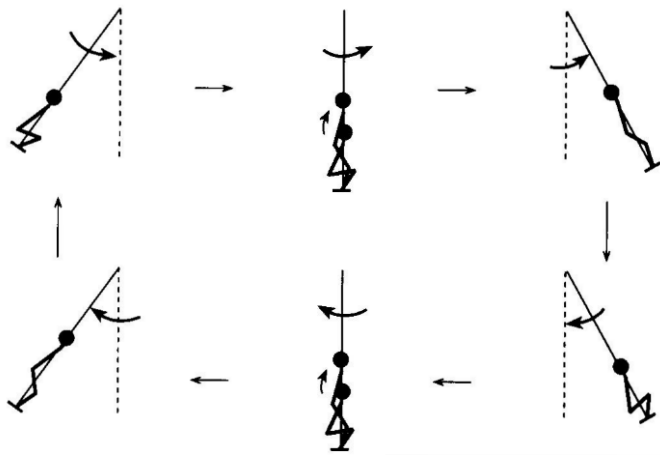


Figura 2. Esquema de cómo una persona se auto impulsa de pie en un columpio.

Para el caso de columpiarse sentado el mecanismo difiere y carece de interés a los efectos del presente trabajo.

Sea un péndulo simple de longitud L que parte del reposo desde una posición θ_0 y llega al punto más bajo con velocidad ω_0 . Como se conserva la energía mecánica [4], se cumple que

$$mgL(1 - \cos \theta_0) = \frac{1}{2}mL^2\omega_0^2. \quad (1)$$

Si en ese instante se recorta la longitud en ΔL , entonces, al conservarse el momento angular, se tiene que

$$L^2\omega_0 = (L - \Delta L)^2\omega_1, \quad (2)$$

y alcanza una posición θ_1 que puede hallarse por

$$\frac{1}{2}m(L - \Delta L)^2\omega_1^2 = mg(L - \Delta L)(1 - \cos \theta_1). \quad (3)$$

Al llegar a la posición θ_1 , la longitud recobra su valor L . El incremento de energía para un ciclo es

$$\Delta E = mg\Delta L(1 - \cos \theta_1). \quad (4)$$

Las posiciones θ_0 y θ_1 se relacionan por

$$\sin \frac{\theta_0}{2} = \left(\frac{L}{\Delta L}\right)^{\frac{3}{2}} \sin \frac{\theta_1}{2}, \quad (5)$$

que permite encontrar la posición angular en dependencia del número de bombeos. Por ejemplo, para el caso en que ΔL sea un 10% de L y $\theta_0 = 5^\circ$, al cabo de 17 bombeos ya el péndulo alcanza una posición de 80° . Sin embargo, al aplicar el modelo anterior a los datos del botafumeiro, se encuentra que en solo 8 bombeos (ciclos) se alcanzan ángulos de más de 80° .

Esta diferencia con la realidad resulta de no considerar factores como el rozamiento del aire con el botafumeiro y con la cuerda, el peso de esta, el hecho de que el botafumeiro es capaz de rotar alrededor del punto de agarre y oscila restándole energía, así como asumir que los cambios de longitud son instantáneos.

La influencia de estos elementos es tal que el botafumeiro se frena solo, sin necesidad de realizar a la inversa las acciones que permiten impulsarlo, o sea, reducir la cuerda en los puntos de retorno y alargarla en el punto más bajo del recorrido que a la larga detendrían su movimiento.

No obstante, consideramos pertinente incluirlo expuesto en los cursos de Física General, como ejemplo de la conservación de la energía mecánica y el momento angular. Además, contribuye a ampliar el universo cultural de los estudiantes, aborda otra manera de impulsar un péndulo y permite contrastar los resultados de un modelo con datos reales.

REFERENCIAS

- [1] D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, "Fundamentals of Physics", 10th Ed. (John Wiley & Sons, 2014) pp. 426-432.
- [2] F.W. Sears, M. Zemansky, H. Young y R. Freedman, "Física Universitaria", 12va Ed. (México: Pearson Educación, México, 2009) pp. 436-442.
- [3] C. Perazzo y J. Gratton, Anales AFA, 16, 1 (2005).
- [4] G.L. Baker y J.A. Blackburn, "The pendulum: a case study in Physics", (Oxford, New York, 2005), pp. 56-63.
- [5] J.R. Sanmartín, Investig. Cienc. 161, 127 (1990).
- [6] J.R. Sanmartín, Am. J. Phys. 52, 85 (1984)