

UNA ASIMETRÍA RARAMENTE ANALIZADA EN LAS ECUACIONES DE MAXWELL

AN ASYMMETRY RARELY ANALYZED IN MAXWELL'S EQUATIONS

J. J. LLOVERA[†], C. OSABA

Departamento de Física, Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" Cujae, Cuba; llovera@automatica.cujae.edu.cu[†]

[†] autor para la correspondencia

Recibido 9/03/2020; Aceptado 27/09/2020

PACS: Research in physics education (investigación en enseñanza de la física), 01.40.Fk; errors in physics classroom materials (errores en materiales escolares de física), 01.50.Zv; learning theory and science teaching (teoría de aprendizaje y ciencia de la enseñanza), 01.40.Ha; classical electromagnetism, Maxwell equations (electromagnetismo clásico, ecuaciones de Maxwell), 03.50.De.

El sistema de ecuaciones de Maxwell es objeto de interés desde el punto de vista didáctico dado su carácter esencial como base de la teoría electromagnética clásica.

Las asimetrías entre sus ecuaciones relacionadas con la inexistencia de polos magnéticos aislados son discutidas en los cursos de Física General; sin embargo, la que existe entre el signo negativo de la ecuación correspondiente a la ley de Faraday y el signo positivo del término denominado densidad de corriente de desplazamiento en la ecuación de Ampere-Maxwell queda sin discutir en la mayoría de los libros de texto [1–6]. La discusión de esta asimetría permitiría profundizar en la interpretación de estas ecuaciones.

Comencemos por señalar que, por lo general, la regla de Lenz, que determina el signo menos en la ley de Faraday es

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

interpretada como manifestación de la ley de conservación de la energía y no como expresión del principio de Le Chatelier como sí lo han hecho otros autores, el propio Le Chatelier inclusive [7–11].

El enunciado original de Lenz no se refiere a energía sino a acción electrodinámica, al enunciar que:

“Cuando una fuerza que actúa sobre una corriente eléctrica primaria induce una corriente secundaria, la dirección de esta corriente secundaria es tal que su acción electrodinámica se opone a la fuerza actuante” [12].

Vale destacar que este enunciado data de 1833, año en el cual aún no se había identificado el término energía ni, menos aún, una ley de su conservación, la que se debe fundamentalmente a Helmholtz en 1847 catorce años después [13].

Sin embargo, en 1884 Le Chatelier publicó uno de los enunciados de su principio relacionado con la entonces denominada “fuerza electromotriz”; término empleado ya desde época. Este enunciado es el siguiente:

“Toda variación de fuerza electromotriz producida en un punto de un sistema en equilibrio provoca una deformación del sistema que

induce al punto considerado, si ella se produjese sola, una variación de fuerza electromotriz de signo contrario” [7].

En el año 1888 el principio fue generalizado siendo reconocido como “Ley de oposición de la reacción a la acción” expresándolo como se expone hoy:

“Todo sistema en equilibrio experimenta, debido a la variación de uno solo de los factores del equilibrio, una variación en un sentido tal que, de producirse sola, conduciría a una variación de signo contrario del factor considerado” [14].

Su relación causal con la segunda ley de la termodinámica, que determina el sentido en que responde un sistema en equilibrio cuando en el mismo se producen procesos de desequilibrio, (como ocurre cuando varía temporalmente la inducción magnética del campo en cierta región), ha sido demostrada. [10, 15].

Así, desde un punto de vista histórico lógico y en correspondencia con las leyes de la Física, parece más razonable fundamentar didácticamente la regla de Lenz como manifestación del principio de Le Chatelier en el proceso de inducción electromagnética.

Si en la ecuación de Ampere-Maxwell analizamos la aparición de una componente magnética \vec{B} como resultado de un proceso similar de inducción debida a la variación temporal del campo eléctrico entre las placas de un capacitor, clásico ejemplo empleado en los textos para introducir el concepto “corriente de desplazamiento”, vemos que no existe un signo negativo en el término correspondiente en dicha ecuación:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (2)$$

¿Qué resultado obtendríamos si para determinar el sentido del rotacional de un supuesto campo magnético “inducido” entre las placas del capacitor razonáramos como lo hacemos para orientar el sentido del rotacional del campo eléctrico inducido en la ley de Faraday?

Aplicando el principio de Le Chatelier, concluiríamos que al variar la intensidad del campo eléctrico en el capacitor

aparecería un campo eléctrico “inducido” (reactivo) con sentido opuesto a la variación de la intensidad de dicho campo y en consecuencia, el sentido del rotacional del campo magnético entre las placas del capacitor resultaría opuesto al realmente medido como se puede apreciar en la Fig. 1.

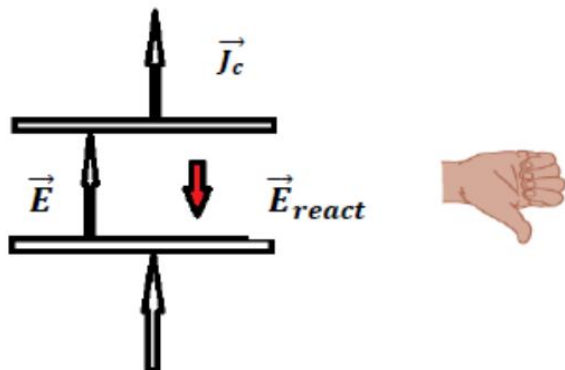


Figura 1. Supuesto sentido del rotacional del campo magnético opuesto al sentido real en un capacitor cargándose.

¿En qué radica esta contradicción? Está asimetría es argumentada de diversas maneras por algunos autores.

Por ejemplo, según Yavorsky y Detlaf: “*La diferencia de los signos de los segundos miembros de las ecuaciones de Maxwell está de acuerdo con las leyes de conservación de la energía y de Lenz.*

(los subrayados son de los autores) Si los signos de $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ y $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ fueran iguales, el incremento infinitesimal de uno de los campos acarrearía un aumento ilimitado de ambos, y la disminución infinitesimal de uno de los campos conduciría a la completa desaparición de ambos” [16].

Otro autor, I. E. Tamm, solo comenta: “Señalemos que los segundos miembros de las ecuaciones (se refiere a las ecuaciones de Maxwell que estamos analizando (N de A.) tienen distintos signos. Esta diferencia se debe a que las líneas de fuerza del campo magnético \vec{H} , excitado por las corrientes de desplazamiento forman con el sentido de estas corrientes un sistema dextrógiro, mientras que los sentidos de los vectores \vec{E} y $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ se encuentran en correlación inversa” [17].

Como han demostrado otros autores [5, 18–22], la denominada “corriente de desplazamiento” no tiene asociada componente magnética inducida, de modo que realmente no existe desequilibrio alguno por lo que no tiene sentido aplicar el principio de Le Chatelier en este caso ya que en realidad no existe tal campo eléctrico reactivo. Se explica así la asimetría entre los signos con independencia de que también se conserve la energía.

Enfocada didácticamente, la contradicción que aparece al aplicar el principio de Le Chatelier para establecer el sentido del rotacional del campo magnético entre las placas de un capacitor en proceso de carga/descarga, permite discutir el origen de esta componente magnética, debida únicamente a las corrientes de conducción transitorias en los conductores y en las placas del capacitor [20, 21], aspecto este que no queda

bien discutido en los textos de Física.

En resumen, resulta más razonable justificar el signo menos en la Ley de Faraday a partir del principio de Le Chatelier, siendo la regla de Lenz una expresión particular de este principio. El principio de conservación de la energía debe ser analizado en el proceso pero no como el que determina el sentido del rotacional del campo eléctrico inducido en la ley de Faraday. Parece útil prestar más atención al principio de Le Chatelier en el curso de Física General desde la impartición de la Termodinámica considerando que su alcance predictivo es mayor del que se estudia en los cursos de Química General.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] D. Halliday, R. Resnick y K. S. Krane, Física, parte 2 (John Wiley & Sons, 1992), p.p. 214-215.
- [2] F. W. Sears, M. W. Zemansky, H. D. Young y R. A. Freedman, University Physics: with Modern Physics, 13th Ed. (Addison-Wesley, Pearson Education, 2012), p.p. 976-978.
- [3] R. Serway y J. W. Jewett Jr, Física para ciencias e ingenierías, Vol. 2 (Thomson, México, 2013), p.p. 894-895.
- [4] S. G. Kalashnikov, Electricidad, (Ciencia y Técnica, La Habana, 1969), p.p. 229-230.
- [5] E. M. Purcell, Electricity and Magnetism, Vol. 2 (Ed. Revolucionaria, La Habana, 1970), p.p. 236.
- [6] P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la ciencia y la tecnología. Electricidad y magnetismo, luz, (Reverté, Barcelona, 2010).
- [7] H. L. Le Chatelier, Comptes Rendus Académie de Sciences **99**, 786 (1884).
- [8] J. Lotka, Proc. Am. Acad Arts Sci. **57**, 21 (1922).
- [9] V. Thomsen, J. Chem. **77**, 173 (2000).
- [10] P. Bazarov, Thermodynamics, (Ed. Revolucionaria, La Habana, 1969) p.p. 272.
- [11] A. N. Matveev, Física Molecular, (MIR, Moscú, 1987), p.p. 227.
- [12] H. F. Lenz, St. Petersburg Acad. Of Sci. **29**, XI (1833).
- [13] H. L. Helmholtz, Über die Erhaltung der Kraft, (Natural Philosophy, 1853), p. 114.
- [14] H. L. Le Chatelier, Recherches expérimentales et théoriques sur les Équilibres chimiques, (Dunod, París, 1888).
- [15] O. Gündüz y G. Gündüz, Phys. Essays **27**, 3 (2014).
- [16] B. M. Yavorsky y A. A. Detlaf, Prontuario de Física, (MIR, Moscú, 1983), p.p. 353.
- [17] E. Tamm, Fundamentos de la teoría de la electricidad, (MIR, Moscú, 1979) p.p. 440.
- [18] P. French y R. J. Tessman, Am. J. Phys. **31**, 201 (1963).
- [19] H. S. Zapolsky, Am. J. Phys. **55**, 77 (1987).
- [20] J. Roche, Eur. J. Phys. **19**, 155 (1998).
- [21] O. D. Jefimenko, Eur. J. Phys. **25**, 287 (2004).
- [22] J. A. Milson, Am. J. Phys. **88**, 194 (2020).

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>) license.

