

Fenómenos del tiempo de fase y la conductancia en el tunelaje de huecos desacoplados

S. Arias-Laso y L.Diago-Cisneros

Facultad de Física, Universidad de La Habana; sariaslazo@gmail.com[†], ldiago@fisica.uh.cu.

[†] Autor para la correspondencia

Recibido el 15/7/2008. Aprobado en versión final el 08/10/2009

Sumario. Se presentan cálculos del comportamiento de la conductancia a través de una doble barrera resonante ($n = 2$ celdas) y para una superred ($n > 2$ celdas), para el *momentum* paralelo a las intercaras igual a cero. Los cálculos numéricos se realizaron usando semiconductores de los grupos III y V, tales como GaAs y AlAs como sistema físico. Como modelo teórico para obtener e interpretar los resultados se utilizó la Aproximación Dispersiva Multicomponente. En el marco de esta aproximación se calculan la conductancia de doble electrodo de Landauer y el tiempo de fase. Se observa un comportamiento oscilatorio de la conductancia para $n \geq 2$ celdas en ausencia de mezcla de los huecos, como era de esperar. Este modelo aporta evidencias de la predicción clásica de Hartman para valores de la energía incidente por debajo de la altura de la barrera para huecos pesados y ligeros desacoplados en la doble barrera y en la superred, mientras que se observa una dependencia no lineal del tiempo de fase con el espesor de la barrera, que son las oscilaciones de Ramsauer – Townsend, para energías por encima de la barrera.

Abstract. A calculation of the behavior of the conductance through resonant double barrier ($n = 2$ cells) and superlattice ($n > 2$ cells), for systems with uncoupled channels is presented. The numerical calculation was done using III and V semiconductors, such as GaAs and AlAs physical systems. Based on the Multicomponent Scattering Approach the two-probe Landauer conductance and the phase time are calculated and interpreted. An oscillatory behavior of the conductance for a superlattice for uncoupled holes is observed, as we expected. This model provides evidences of the classical Hartman prediction for energies under the barrier height for uncoupled heavy and light holes, while a non linear dependence of the phase time with the barrier width, the Ramsauer – Townsend oscillations, for energies above the barrier is observed.

Palabras clave. Tunneling 73.43.Jn, Elastic scattering 34.80.Bm

1 Introducción

No pocos trabajos teóricos han sido publicados que estudian las oscilaciones de la conductancia y el efecto Hartman^{1,2}. Este trabajo ha estado motivado por el creciente interés en las propiedades de transporte cuántico en el marco de los modelos $\kappa.p$. El modelo del hamiltoniano de Kohn-Luttinger nos permite expresar todas las magnitudes físicas relevantes en términos de las funciones envolventes, y ha sido particularmente útil para el es-

tudio de las sub-bandas de huecos en heteroestructuras formadas por materiales III-V y II-VI².

El formalismo de la matriz de transferencia (TM: *transfer matrix*, en inglés) ha sido usado frecuentemente en varios intentos para describir el espectro electrónico y los procesos de transporte, a través de sistemas desordenados y ordenados. Aplicamos la Aproximación Dispersiva Multicomponente como formalismo teórico. Este modelo combina los hamiltonianos $N \times N$ $\kappa.p$ de varias bandas, con el formalismo de la TM y con la teoría de la

matriz de dispersión (SM: *scattering matrix*, en inglés), válido para los sistemas periódicos finitos multicomponentes³. Recientemente se publicó un modelo que establece una combinación apropiada del formalismo de la TM con la teoría de la SM³.

La propagación superlumínica y la evaluación del tiempo de tunelaje, son tópicos conocidos y controversiales^{4,5}. Existe un reservorio de experimentos y proposiciones teóricas dirigidas a estos temas, fundamentalmente para electrones y pulsos ópticos^{6,7,8}. En el caso de los huecos, el problema es más complicado y ha sido mucho menos estudiado, tanto experimental como teóricamente. Sin embargo, la respuesta de los dispositivos de tunelamiento de baja dimensionalidad, donde están involucrados los electrones y los huecos, depende de los tiempos de travesía de los portadores de carga más lentos⁹, lo que constituye una relevancia del transporte de huecos en aplicaciones electrónicas y optoelectrónicas. Entonces es importante estudiar las propiedades del transporte de los huecos. Entre las diferentes definiciones que existen para evaluar el tiempo de tunelaje, el tiempo de fase, que se define como la derivada de la fase respecto de la frecuencia, es una de las que se consideran bien establecidas^{3,6}. Las manifestaciones de los eventos superlumínicos fueron descubiertas como consecuencia de la pregunta sobre cuánto tiempo toma a una partícula atravesar una barrera de potencial^{4,5}. Estos eventos se consideran anómalos, porque dentro de la aproximación de los paquetes de onda⁴ para calcular el tiempo de tunelaje, aparentemente se viola el principio de causalidad.

La predicción clásica de Thomas E. Hartman¹⁰, la cual se relaciona con el fenómeno de transmisión superlumínica, establece la autonomía del tiempo de tunelamiento en dependencia del espesor de la barrera. Han sido representadas evidencias teóricas de este paradójico efecto^{11,12} y mediciones experimentales para diferentes potenciales en sistemas de microondas, fotones y ondas electromagnéticas^{6,13}. La predicción de Hartman fue observada en anillos cuánticos con flujo Aharonov-Bohm y en el transporte cuántico de huecos pesados (*hh*) y ligeros (*lh*) desacoplados^{3,14,15}.

En este trabajo nos proponemos hacer un estudio de las propiedades del tiempo de fase y de algunas facetas anómalas como el efecto Hartman relacionado intrínsecamente con la propagación superlumínica. Estudiaremos también el comportamiento de la conductancia de *hh* y *lh* desacoplados a través de la doble barrera y la superred de AlAs/GaAs, aplicando el modelo de Kohn-Luttinger y el formalismo de la matriz de transferencia.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente forma: En la sección 2 nos dedicamos a recordar algunas definiciones básicas y se presentan resultados numéricos. Finalmente en la sección 3 subrayamos algunos comentarios a modo de conclusión.

2 Nociones teóricas de la aproximación y discusión de los resultados

2.1 Sistema Físico. En la Fig.1 se muestra un esquema de los procesos físicos bajo estudio. Se muestran los cuatro modos propagantes de *hh* y *lh*, que son etiquetados por el valor de la proyección del momentum angular, que en el caso bajo estudio se consideran los canales de entrada y salida. Se indican las transiciones directas (línea discontinua) y cruzadas (línea continua) en la barrera (*Layer A*) y los estados cuasi-estacionarios en el pozo (*Layer B*). En nuestros cálculos de conductancia y tiempo será necesario el concepto de celda, que sería como el período de la heteroestructura que estamos considerando. Aunque existen diferentes maneras de definirla, tomaremos la celda como la estructura que hay entre los puntos z_L y z_3 (ver Fig.1), la cual se repite periódicamente formando la superred^{2,3}.

2.2 Modelo Teórico. En este reporte se presenta un estudio teórico del transporte cuántico de huecos pesados y ligeros a través de un número arbitrario de capas alternantes de semiconductores III-V. Los eventos de las oscilaciones de la conductancia y el efecto Hartman son analizados como propiedades generales en el tunelaje de huecos.

Como formalismo teórico se utiliza la Aproximación Dispersiva Multicomponente (MSA: *Multicomponent Scattering Approach*, en inglés) para un sistema N – componente acoplado como solución a varias insuficiencias de modelos anteriores. La esencia de la MSA es la siguiente:

Sea un problema descrito por un sistema de ecuaciones diferenciales lineales, acopladas y de segundo orden. La ecuación de auto-valores para un sistema N – componente con simetría traslacional en el plano transversal $[x, y]$ se puede escribir en la forma del sistema matricial siguiente:

$$\frac{d}{dz} \left[\mathbf{B}(z) \frac{d\mathbf{F}(z)}{dz} + \mathbf{P}(z)\mathbf{F}(z) \right] + \mathbf{Y}(z) \frac{d\mathbf{F}(z)}{dz} + \mathbf{W}(z)\mathbf{F}(z) = \mathbf{0}_N \quad (1)$$

Donde el vector $N \times 1$ $\mathbf{F}(z)$ es la función de onda envolvente de estados de huecos. En general N , es el número de componentes asociadas al sistema de ecuaciones (1) que describe la dinámica de huecos. En lo adelante, tomaremos el caso en que el número de componentes $N = 4$, que se corresponde en el problema bajo estudio con la cantidad de modos propagantes de *hh* y *lh* que consideramos los canales de entrada y salida del sistema. Las propiedades de los coeficientes matriciales $\mathbf{B}(z)$, $\mathbf{P}(z)$, $\mathbf{Y}(z)$ y $\mathbf{W}(z)$ son tales que se cumplen las siguientes relaciones:

$$\mathbf{B}^+(z) = \mathbf{B}(z)$$

$$\mathbf{Y}(z) = -\mathbf{P}(z)$$

$$\mathbf{P}^+(z) = \pm \mathbf{P}(z)$$

$$\mathbf{W}^+(z) = \mathbf{W}(z) = \mathbf{V}(z) - E\mathbf{I}_N.$$

Siendo \mathbf{I}_N la matriz identidad y $\mathbf{0}_N$ la matriz nula, ambas de orden N . En el problema bajo estudio $\mathbf{B}(z)$ contiene

los parámetros semiempíricos de banda, en $Y(z)$ y $P(z)$ están contenidos los términos del acoplamiento entre los hh y lh . $V(z)$ es el potencial periódico, y E representa la energía (auto-valor).

Si consideramos a los coeficientes matriciales continuos y seccionalmente constantes en cada capa, se puede proponer la solución en la forma:

$$\mathbf{F}(z) = \sum_{j=1}^{2N} \alpha_j \Gamma_j e^{i\lambda_j z}, \quad (2)$$

donde α_j contiene a los coeficientes de la combinación lineal y las correspondientes constantes de normalización de las $\mathbf{F}_j(z)$ en el espacio de configuración, λ_j es real o complejo y Γ_j es un spinor ($N \times 1$), y sustituyendo en (1) se obtiene el siguiente problema cuadrático de valores propios³, asociado a (1):

$$\mathbf{Q}(\lambda) = \{\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K}\} \Gamma = \mathbf{0}_N, \quad (3)$$

donde λ es el auto-valor (k_z en nuestro caso) y los spinores Γ son los auto-vectores.

Cuando se obtienen los auto-valores de (3), se hallan los auto-spinores Γ_j y se orto-normalizan para formar luego las funciones (2) y sus derivadas. A partir de $\mathbf{F}(z)$ y su derivada $\mathbf{F}'(z)$ se construye la TM: $\mathbf{M}_{fd}(z_R, z_L)$, donde en subíndice *fd* significa *function and derivate*. Esta TM relaciona las soluciones linealmente independientes (2) y sus derivadas entre dos puntos cualesquiera z_R y z_L de la heteroestructura^{2,3} (ver Figura 1). Igualmente se introduce la TM $\mathbf{M}_{sv}(z_R, z_L)$ de vectores de estado, que conecta los vectores de estado en la representación de modos propagantes entre dos puntos de la heteroestructura^{2,3}. Los bloques de esta matriz están relacionados con los bloques de la SM. Existe una transformación crucial que conecta las dos TM, de función y derivada y de vectores de estado, que nos permite por tanto relacionar las soluciones linealmente independientes del problema con las amplitudes de dispersión que nos interesan calcular^{2,3}, comenzando por la amplitud de transmisión $t = \alpha - \beta \delta^{-1} \gamma$, donde α , β y δ son los bloques de la TM de vectores de estado.

Los elementos de la matriz $(N \times N)t$ de amplitudes de transmisión:

$$t_{ij} = t_{ij_{\text{Re}}} + i t_{ij_{\text{Im}}}, \quad (4)$$

que en general son complejos, corresponden a la transición desde el canal de entrada j -ésimo al de salida i -ésimo. Luego, teniendo t_{ij} , la probabilidad de transmisión hacia la derecha desde j hacia i , a través de n celdas se define como:

$$T_{ij} = t_{ij}^* t_{ij}. \quad (5)$$

La conductancia hacia el canal i (probabilidad total de transmisión) es:

$$G_i = \sum_{j=1}^N T_{ij}, \quad (6)$$

y la conductancia de Landauer de doble electrodo de todo el sistema formado por n celdas:

$$G = \sum_{i=1}^N G_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij}. \quad (7)$$

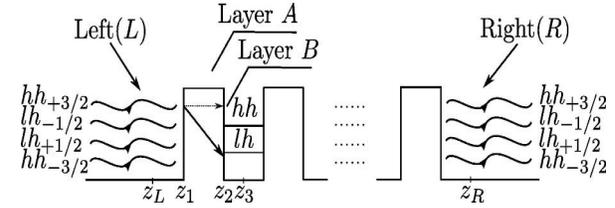


Figura 1. Esquema del proceso de transporte cuántico de hh y lh a través de una superred de GaAs - electrodo (L) / (AlAs / GaAs)ⁿ / GaAs - electrodo (R). Los sub-índices de los hh y lh representan la proyección del *momentum* angular total.

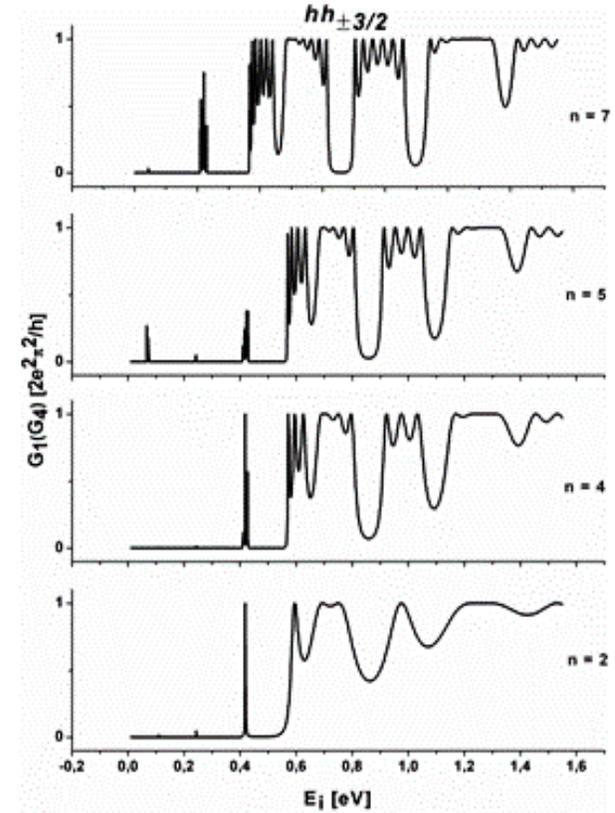


Figura 2. Conductancia de los canales de salida $hh_{\pm 3/2}$ como función de la energía incidente y del número de celdas a $\kappa_r \approx 0$ con $L_b = 20 \text{ \AA}$ y $V_b = 0.498 \text{ eV}$.

Ya cuando se tienen las amplitudes de transmisión, de fases:

$$\theta_{nij} = \arctan \frac{(t_{nij})_{\text{Im}}}{(t_{nij})_{\text{Re}}}, \quad (8)$$

podemos evaluar el tiempo de transmisión de la fase:

$$\tau_{nij} = \hbar \frac{\partial}{\partial E} (\theta_{nij}) \quad (9)$$

Cuyas ventajas y criterios de aplicabilidad han sido ampliamente debatidos^{3,13,17}. Las ecuaciones (8) y (9) son para la estructura periódica de n celdas. Las expresiones (5)-(9) son las magnitudes físicas relevantes de la teoría del transporte cuántico³.

2.3 Resultados numéricos. Se presentan y se discuten los resultados obtenidos para las oscilaciones de la conductancia (6) por un canal, así como las oscilaciones del coseno de la fase (8) respecto de la energía incidente a $\kappa_T \approx 0$, o sea, para ausencia de mezcla, con una barrera de potencial $V_b = 0.498 \text{ eV}$, de espesor $L_b = 20 \text{ \AA}$, para los casos de $n = 2$, que es la doble barrera resonante (DBRT: *double barrier resonant tunnelling*, en inglés), y $n = 4, 5, 7$, que es la superred. Se analizan las dependencias obtenidas del tiempo de fase (9) con el espesor de la barrera, para valores de energía fijos, $E = 0.475 \text{ eV}$ y $E = 0.551 \text{ eV}$, a $\kappa_T \approx 0$ para la DBRT y una superred de $n = 4$ celdas.

2.3.1 Oscilaciones de la conductancia. Minibandas. En la Fig.2 mostramos el comportamiento de la conductancia de doble electrodo de Landauer como función de la energía incidente del flujo de huecos. Se observan los desdoblamiento de las resonancias intra-subbanda de huecos pesados y la definición paulatina de las minibandas prohibidas (este mismo comportamiento se obtuvo para los canales de salida $lh \pm 1/2$ aunque no se muestra la correspondiente figura en el trabajo).

La estructura de mini-bandas ya está bien definida cuando n es del orden de 5 para hh , como ha sido reportado³, y cuando n es del orden de 4 para lh . Esta estructura emerge debido al desdoblamiento que es consecuencia de la coherencia de fase y surge una vez que ella y la periodicidad se combinan. En este caso en que las transiciones cruzadas están prohibidas ($\kappa_T \approx 0$) la conductancia por el canal 1 (G_1) coincide con la conductancia por el canal 4 (G_4), esto sucede porque se escogió el potencial de la barrera como constante ($V(z) \equiv cte$). Para energías por debajo de la altura de la barrera se observan las resonancias tipo Fano³, que reproducen adecuadamente los estados cuasi-estacionarios de cada pozo embebido en la heteroestructura a capas.

En la Fig.3 se muestra el comportamiento de la conductancia por los cuatro canales y del coseno de la fase en dependencia de la energía incidente, para el caso en que esta es mayor que la altura de la barrera. Se observa que a $\kappa_T \approx 0$ (canales cruzados cerrados) los picos del coseno de la fase, como era de esperar, coinciden con los extremos de G_i , que tiene un comportamiento oscilante en función de la energía. Las oscilaciones de G_i a $E > V_b$ son una manifestación del carácter cuántico del fenómeno bajo estudio; y son más evidentes en los hh

($G_{1,4}$, línea continua), que en los lh ($G_{2,3}$, línea de trazos y puntos). Dada la menor masa efectiva de los lh , el comportamiento mostrado por $G_{2,3}$, es similar al de sistemas más sencillos, tal como se reporta para el modelo de Kronig-Peney en electrones¹⁸.

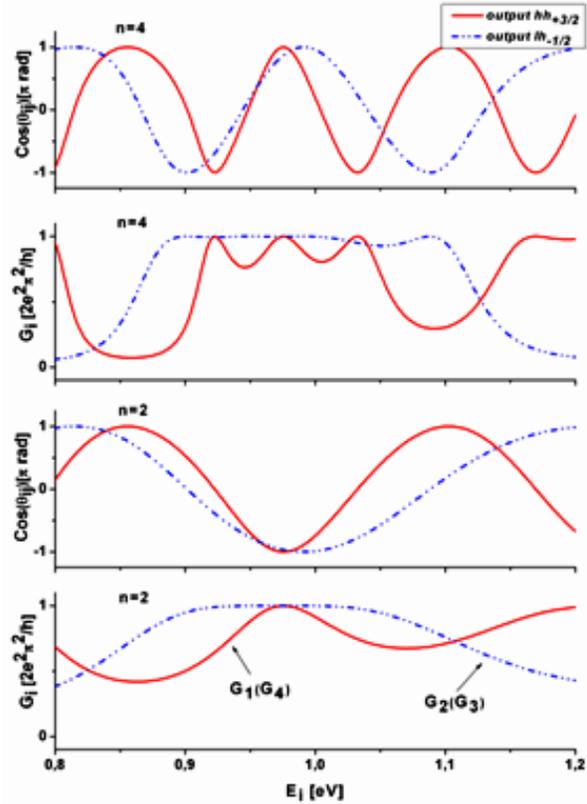


Figura 3. Conductancia y coseno de la fase de transmisión por los cuatro canales *versus* energía incidente a $\kappa_T \approx 0$ para $n = 2, 4$ celdas en el rango de energías $[0.8 - 1.2] \text{ eV}$.

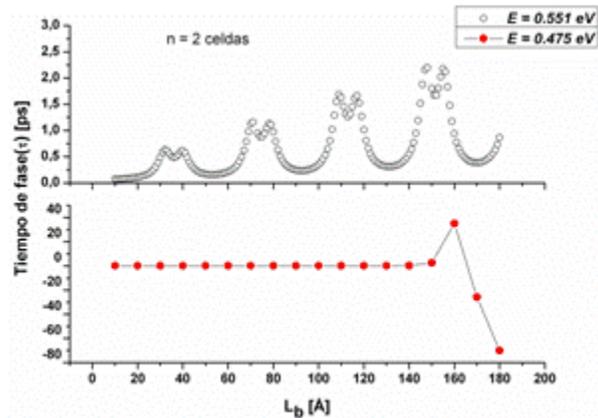


Figura 4. Tiempo de fase en función del espesor de la barrera para la transición $hh_{+3/2} \rightarrow hh_{-3/2}$ con energía incidente menor que la altura de la barrera (círculos rojos llenos) y mayor que la altura de la barrera (círculos vacíos) a $\kappa_T \approx 0$ para $n = 2$ celdas.

Obsérvese que tanto en la DBRT ($n = 2$), como en la superred ($n = 4$), las contribuciones de los hh y los lh a la conductancia $G(7)$, alternan convenientemente. Por ejemplo, en el entorno de $E \approx 0.9eV$, G es mayoritariamente debida a los lh , mientras que en el entorno de $E \approx 1.18eV$, es mayoritaria la transmisión de hh . En esos rangos, la heteroestructura se comporta como un filtro, según la masa efectiva de los portadores.

2.3.2 Oscilaciones de Ramsauer - Townsend y Efecto Hartman. Como anteriormente se definió, el efecto Hartman consiste en la autonomía del tiempo de fase respecto del espesor de la barrera a partir de cierto valor de este parámetro, cuando la energía incidente es menor que la altura de la barrera. En las figuras 4 y 5, utilizando una altura para la barrera de $V_b = 0.498eV$, se muestra el comportamiento del tiempo de fase como función del espesor de la barrera para los casos de $n = 2, 4$ celdas. Se observan evidencias de la predicción clásica de Hartman para hh y lh desacoplados en el caso de la doble barrera y la superred. Vea los paneles inferiores de las Fig. 4 y 5.

Estas figuras muestran que existen dos comportamientos distintos para el tiempo de transmisión de la fase, en dependencia de la energía del flujo incidente. Para $E < V_b$ se observa la predicción clásica de Hartman, ya que el tiempo de fase se hace independiente del espesor de la barrera¹⁰, aunque también se puede apreciar que la robustez de este efecto pierde estabilidad cuando aumenta n , lo que también se puede comprobar comparando las Figuras 4 y 5 con el comportamiento predicho para el tiempo de fase en el caso de una sola celda³.

Una posible interpretación a la pérdida de estabilidad del efecto Hartman con el aumento de la dimensión del sistema, puede ser que cuando aumenta el número de celdas, va a existir un mecanismo competitivo entre el aumento de los tiempos de vida de las partículas en las regiones permitidas (pozos) bajo condiciones de coherencia de fase; y el aumento simultáneo de los anchos de las regiones prohibidas (barreras). En relación con lo anterior, nótese que en la DBRT, la inestabilidad aparece a $L_b \approx 150 \text{ \AA}$, mientras que para $n = 4$, el fenómeno es inestable a partir de $L_b \approx 50 \text{ \AA}$. Para $E > V_b$ el tiempo de fase se comporta de una manera relativamente oscilante, estas oscilaciones se conocen con el nombre de oscilaciones de Ramsauer-Townsend, que corresponden a la interferencia de la onda reflejada con los estados del continuo³. De estas figuras se puede comprobar que la suavidad de las oscilaciones, no se deteriora sensiblemente con el aumento del número de celdas, como si pasa a $\kappa_T \neq 0$ ¹⁹. Estas oscilaciones del tiempo de fase en función del espesor de la barrera ya han sido observadas también a $\kappa_T \approx 0$ en el caso de una celda³. Es posible apreciar que para $E > V_b$ se confirma la ausencia del comportamiento cuasilineal^{1,3} que fue reportado experimentalmente por Heberle y *et al.*¹⁷.

También, de estas dos figuras se observa que el tiempo de fase toma valores negativos, en el caso de la DBRT estos valores aparecen a aproximadamente al doble de los anchos de barrera que aparecen para $n = 4$ celdas.

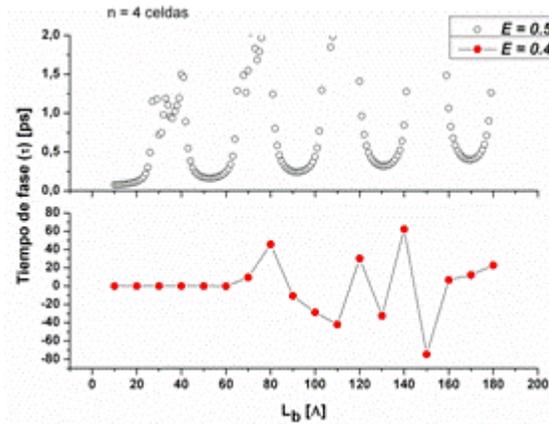


Figura 5. Tiempo de fase en función del espesor de la barrera para la transición $hh_{+3/2} \rightarrow hh_{+3/2}$ con energía incidente menor que la altura de la barrera (círculos rojos llenos) y mayor que la altura de la barrera (círculos vacíos) a $\kappa_T \approx 0$ para $n = 4$ celdas.

Este comportamiento es conocido y ha sido reportado anteriormente en la literatura como un evento anómalo²¹ [Ref.5 (y las referencias que allí se dan)]. Aunque no ha sido el propósito en este trabajo establecer las condiciones bajo las cuáles el tiempo de fase alcanza valores negativos, es posible proponer algunas ideas especulativas al respecto. Algunos autores consideran al efecto Hartman como un preámbulo de eventos superlumínicos⁶; mientras otros condicionan los eventos superlumínicos a la posibilidad de que el tiempo de fase alcance valores menores que cero y que las principales componentes de la frecuencias de los modos incidentes estén confinadas en un *gap* de frecuencias, donde la densidad de estados de los modos propagantes decrece^{20,21}.

Esta podría ser una posible causa de la presencia de valores negativos en los paneles inferiores de las Figuras 4 y 5, dado el evidente hecho de la presencia de tales valores en el entorno del rango de energías, donde los huecos reproducen la predicción clásica de Hartman. Adicionalmente a los reportes conocidos en el tópic^{4,5,20}, existen evidencias recientes de esta anomalía, en el tunelaje de electrones a través de una superred magnética²².

En cualquier caso, todavía no se tienen respuestas definitivas, inclusive para sistemas de partículas más simples. Este comportamiento, se encuentra sujeto a investigación por los autores para ser publicado más adelante.

3 Conclusiones

En el estudio del tiempo de fase de huecos desacoplados, encontramos que este tiene dos comportamientos inde-

pendientes entre sí. Para $E < V_b$, encontramos evidencias teóricas de la predicción clásica de Hartman para ondas electrónicas¹⁰, que consiste en la autonomía del tiempo de fase con respecto del espesor de la barrera. En el análisis de los resultados sobre la robustez del efecto Hartman encontramos que si mantenemos próximo a cero el valor de κ_T y aumentamos el número de celdas, la pérdida de este efecto se hace bastante evidente. Mientras que para $E > V_b$, hallamos que el tiempo de fase tiene un comportamiento oscilante que aumenta lentamente con L_b . Estas oscilaciones son del tipo Ramsauer-Townsend, y sólo en ciertos intervalos de valores de L_b , el tiempo de fase crece exponencialmente con este parámetro. Estos resultados, discrepan con el comportamiento de τ reportado por Heberle para electrones¹⁷.

El comportamiento oscilatorio y no resonante de G , con variaciones más evidentes en los hh , constata el carácter cuántico del fenómeno de la transmisión de flujos de huecos desacoplados a $E > V_b$, como una propiedad general del transporte de estas cuasi-partículas, a través de heteroestructuras periódicas semiconductoras.

Referencias

1. H. Rodríguez-Coppola, L. Diago-Cisneros y *et.al* (en preparación 2008).
2. L. Diago-Cisneros, "Tunelaje multicanal y simetría de los huecos en heteroestructuras semiconductoras", Universidad de La Habana, La Habana, 2005.
3. L. Diago-Cisneros, H. Rodríguez-Coppola, R. Pérez-Álvarez y P. Pereyra, Phys. Rev. B 74, 045308 (2006).
4. E. H. Hauge y J. A. Stovneng, Rev. Mod. Phys 61, 917 (1989).
5. R. Landauer, Nature 341, 567 (1989).
6. A. M. Steinberg, P. G. Kwiat y R. Y. Chiao, Phys. Rev. Lett 71, 708 (1993).
7. S. Chu y S. Wong, Phys. Rev. Lett 48, 738 (1982).
8. S. Bosanac, Phys. Rev. A 28, 557 (1983).
9. H. Schneider, H. T. Granh, K. V. Klitzing y K. Ploog, Phys. Rev. B 40, 10040 (1985).
10. T. E. Hartman, J. App. Phys 33, 12 (1962).
11. Th. Martun y R. Landauer, Phys. Rev. A 45, 2611 (1992).
12. P. Pereyra y H. P. Simanjutak, Phys. Rev. E 75, 1 (2007).
13. Ch. Spielman, A. Stingl y F. Krausz, Phys. Rev. Lett 73, 2308 (1994).
14. S. Bandopadhyay y M. Jayannavar, arXiv CondMat, (2003).
15. S. Bandopadhyay y M. Jayannavar, arXiv CondMat, (2007).
16. H. Rodríguez-Coppola, L. Diago-Cisneros y R. Pérez-Álvarez, J. App. Phys 102, 094315 (2007).
17. A. P. Heberle, X. Q. Zhon, W. W. Rühle y L. Köhler, Semicond. Sci. Technol 9, 519 (1994).
18. P. Pereyra y E. Castillo, Phys. Rev. B 65, 205120 (2002).
19. S. Arias-Laso, L. Diago-Cisneros (en preparación 2009).
20. V. Romero Rochín, R. P. Duarte-Zamorano, S. Nilsen Hofseth y R. G. Barrera, Phys. Rev. E 63, 027601 (2001).
21. P. Singha Neo y S. Bandopadhyay, arXiv CondMat, (2004).
22. P. Pereyra, V. G. Ibarra-Sierra y J. L. Cardoso, Microelectronics Journal 40, 779 (2009).