

# ESTADOS CUASI-ESTACIONARIOS DE HUECOS EN UNA HETEROESTRUCTURA SEMICONDUCTORA A CAPAS: TIEMPOS DE VIDA Y AUTOENERGÍAS

## QUASI-BOND STATES OF HOLES IN A LAYERED SEMICONDUCTOR HETEROSTRUCTURE: LIFE TIMES AND EIGENENERGIES

M. A. HERNÁNDEZ-BERTRÁN<sup>‡</sup> Y L. DIAGO-CISNEROS<sup>†</sup>

Facultad de Física, Universidad de La Habana, Cuba. mahernandez@estudiantes.fisica.uh.cu<sup>‡</sup> ldiago@fisica.uh.cu<sup>†</sup>

<sup>†</sup> autor para la correspondencia

Recibido 29/01/2015; Aceptado 06/05/2015

Utilizando el hamiltoniano ( $4 \times 4$ ) de Kohn-Luttinger y el formalismo de la Aproximación Dispersiva Multicomponente (MSA), se determinaron los niveles de energía, las autofunciones correspondientes a los huecos pesados ( $hh$ ) y los huecos ligeros ( $lh$ ) en una heteroestructura semiconductor a capas en el régimen desacoplado. El formalismo MSA se ha extendido por primera vez al estudio de los tiempos de vida de los estados cuasi-estacionarios de  $hh$  y  $lh$ , lo cual en adición, condujo a novedosas relaciones con las autoenergías. Se verifica la formación de las minibandas al incrementarse el número de capas en la heteroestructura, así como el vínculo entre las autoenergías y los picos de resonancia en el coeficiente de transmisión. Se obtuvo la distribución de los tiempos de vida de los estados cuasi-estacionarios que conforman las minibandas, resultando más duraderos aquellos estados cuyas energías estaban más cercanas a las fronteras de las minibandas.

Using the ( $4 \times 4$ ) Kohn-Luttinger Hamiltonian and the Multicomponent Scattering Approach (MSA), we determined the eigenenergies and the eigenfunctions of heavy holes ( $hh$ ) and light holes ( $lh$ ) in a layered semiconductor heterostructure within the uncoupled regime. For the first time the MSA had been extended to study the  $hh$ ,  $lh$  quasi-bond states lifetimes, and as a bonus leading to novel relation with the eigenenergies. As expected, we verified the appearance of the mini-bands as the numbers of layers in the heterostructure increases, and also the relation between the eigenenergies and resonances for the transmission coefficient. Finally, the mini-band lifetimes distribution was obtained, and we found this quantity to be longer for those energies closest to the mini-band edge.

PACS: Scattering theory 03.65.Nk, Tunneling 73.43.Jn, Tunneling phenomena 74.50.+r

## I INTRODUCCIÓN

El estudio de los sistemas de baja dimensionalidad es desde hace varias décadas un tópico recurrente en numerosos artículos científicos y sobre todo en los últimos años, debido a las posibilidades que ofrecen los dispositivos semiconductores cuyo funcionamiento se basa en las propiedades de estos sistemas. Un buen número de aplicaciones se pueden encontrar en la literatura [1–4].

Dentro de los sistemas de baja dimensionalidad se encuentran aquellos que son cuasi-bidimensionales (Q2D), en específico las heteroestructuras semiconductoras a capas, las cuales serán el sistema físico elegido en este artículo. Las propiedades de transporte cuántico de huecos en estos sistemas se han tratado frecuentemente utilizando la aproximación  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  junto con la construcción de hamiltonianos efectivos de orden ( $N \times N$ ), un estudio de estas propiedades se pueden hallar en las Refs. [5, 6]. En el presente trabajo seguiremos esta vía como punto de partida para realizar nuestro análisis, la cual forma parte de la Aproximación Dispersiva Multicomponente (MSA por sus siglas en inglés) y además utilizaremos el hamiltoniano efectivo de Kohn-Luttinger [5] de orden ( $4 \times 4$ ).

En el caso que nos ocupa trataremos este sistema multicomponente y multicanal en el régimen desacoplado,

donde las propiedades de transporte cuántico no dependen de la orientación del momento angular total de los huecos ligeros ( $lh$ : light holes) y pesados ( $hh$ : heavy holes) [5]. Fundamentalmente se le prestó atención a los estados cuasi-estacionarios, en especial a sus tiempos de vida debido a que la velocidad de respuesta de los dispositivos que utilizan el fenómeno de tunelaje para su funcionamiento está limitada por dichos tiempos [2]. Un estudio de las propiedades de los estados cuasi-estacionarios para el caso de electrones en heteroestructuras semiconductoras se puede encontrar en la Ref. [7].

El trabajo presenta la siguiente estructura: en la primera sección se discutirá brevemente el sistema físico en cuestión, en la segunda sección se desarrollarán los elementos esenciales de la MSA, luego se tratarán los aspectos relacionados con los estados cuasi-estacionarios y sus tiempos de vida, por último se realizará un análisis de los resultados obtenidos.

## II SISTEMA FÍSICO

En la Figura 1 se muestra un esquema del sistema físico bajo estudio, el mismo representa una heteroestructura semiconductor a capas. En ella aparecen los cuatro modos propagantes posibles, dos de huecos pesados

( $hh$ ) y dos de huecos ligeros ( $lh$ ), los cuales son identificados por el valor de la proyección del momento angular total y representan los canales accesibles en el sistema. Además se reflejan las transiciones directas (línea discontinua) y cruzadas (línea continua) en la barrera (Capa A) y los estados cuasi-estacionarios en el pozo (Capa B). Vale aclarar que en esta figura están representados más procesos de los que vamos a tener en cuenta ya que estaremos tratando el caso desacoplado donde las transiciones cruzadas están prohibidas [5].

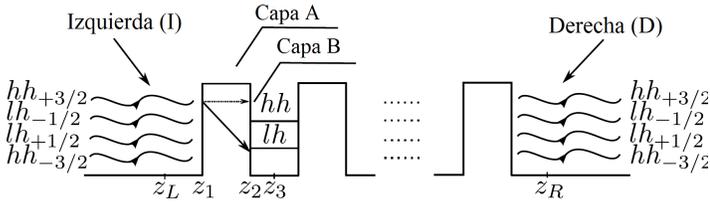


Figura 1. Representación esquemática de la fenomenología del proceso de transporte cuántico de  $hh$  y  $lh$  a través de una superred de  $GaAs$  - electrodo(I)/( $AlAs/GaAs$ )<sup>n</sup>/ $GaAs$  - electrodo(D).

### III FUNDAMENTOS DE LA APROXIMACIÓN DISPERSIVA MULTICOMPONENTE (MSA)

Para comenzar nuestro estudio utilizaremos parte del desarrollo realizado en la Ref. [5], asumiremos un sistema como el que se muestra en la Figura 1, que posee invariancia traslacional en el plano transversal ( $x, y$ ), y está descrito por la ecuación:

$$\hat{H}(z)\mathbf{F}(z) = \epsilon\mathbf{F}(z) \quad (1)$$

donde  $\hat{H}(z)$  es el hamiltoniano ( $N \times N$ ) dependiente del espín, con invarianza temporal y espacial,  $\epsilon$  son las autoenergías y  $\mathbf{F}(z)$  es un vector ( $N \times 1$ ) que representa la función de onda envolvente de los estados de los huecos. En nuestro caso  $N = 4$  (hay cuatro canales accesibles en el sistema) y se utilizará el modelo de Kohn-Luttinger, que propone un hamiltoniano que considera estos canales simultáneamente y el cual posee la siguiente forma:

$$\hat{H}_{KL}(z) = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & 0 \\ H_{12}^* & H_{22} & 0 & -H_{13} \\ H_{13}^* & 0 & H_{22} & H_{12} \\ 0 & -H_{13}^* & H_{12}^* & H_{11} \end{pmatrix} \quad (2)$$

cuyos elementos matriciales están dados por:

$$H_{11} = A_1\kappa_T^2 + V(z) - B_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$H_{12} = \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{2m_0} [\gamma_2(k_y^2 - k_x^2) + 2i\gamma_3 k_x k_y] \quad (4)$$

$$H_{13} = i \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{2m_0} \gamma_3 (k_x - ik_y) \frac{\partial}{\partial z} \quad (5)$$

$$H_{22} = A_2\kappa_T^2 + V(z) - B_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (6)$$

cumpliendo también con las siguientes relaciones en la aproximación axial:

$$A_1 = \frac{\hbar^2}{2m_0} (\gamma_1 + \gamma_2) \quad (7)$$

$$A_2 = \frac{\hbar^2}{2m_0} (\gamma_1 - \gamma_2) \quad (8)$$

$$B_1 = \frac{\hbar^2}{2m_0} (\gamma_1 + 2\gamma_2) \quad (9)$$

$$B_2 = \frac{\hbar^2}{2m_0} (\gamma_1 - 2\gamma_2) \quad (10)$$

$$\kappa_T^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (11)$$

donde  $\kappa_T$  es el cuasi-momento paralelo a las intercaras o sea paralelo al plano ( $x, y$ ), los  $\gamma_i$  con  $i = 1, 2, 3$ ; son los parámetros de Luttinger y  $m_0$  es la masa del electrón libre. Utilizando (1) y (2) se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de segundo orden, las cuales se pueden representar por el siguiente sistema matricial:

$$\mathbf{B}(z) \frac{d^2 \mathbf{F}(z)}{dz^2} + \mathbf{C}(z) \frac{d \mathbf{F}(z)}{dz} - \mathbf{K}(z) = \mathbf{0} \quad (12)$$

en el que  $\mathbf{B}(z)$ ,  $\mathbf{C}(z)$  y  $\mathbf{K}(z)$  son matrices hermíticas en general de dimensión ( $4 \times 4$ ) compuestas por los elementos presentes en las expresiones (3)-(10) y  $\mathbf{0}$  es el vector nulo de dimensión ( $4 \times 1$ ). Proponiendo una solución de la forma  $\psi e^{iqz}$ , donde  $q$  es un escalar, real o complejo, y  $\psi$  es un vector de dimensión ( $4 \times 1$ ), se llega al siguiente problema cuadrático de autovalores:

$$\{q^2 \mathbf{B} + q \mathbf{C} + \mathbf{K}\} \psi = \mathbf{0} \quad (13)$$

Al resolver (13) utilizando el método propuesto en la Ref. [8] se obtienen los autovalores  $q_i$ , que en nuestro caso serán los distintos valores de  $k_z$  (componentes de  $\mathbf{k}$  en el eje de propagación) y los autovectores  $\psi_i$ , se ortonormalizan estos últimos y se escribe la solución general de (1) de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}(z) = \sum_{j=1}^{2N} c_j \psi_j e^{iq_j z} \quad (14)$$

La MSA combina los hamiltonianos ( $N \times N$ ) de Kohn-Luttinger con el formalismo de la Matriz de Transferencia ( $TM$ ) y la Matriz de Dispersión ( $S$ ), para obtener todas las magnitudes de importancia en los fenómenos de transporte cuántico utilizando las soluciones linealmente independientes del problema (1). Una vez obtenidas las soluciones (14) podemos definir la matriz de transferencia de primer tipo  $\mathbf{M}_{fd}(z_L, z_R)$ , la cual relaciona las

funciones (14) y sus derivadas en los puntos  $z_L$  y  $z_R$  de la Figura 1. Esta última definición se puede escribir como:

$$\Psi(z) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}(z) \\ \mathbf{F}'(z) \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\Psi(z_R) = \mathbf{M}_{fd}(z_L, z_R)\Psi(z_L) \quad (16)$$

De igual forma se define la matriz de transferencia de segundo tipo:

$$\Phi(z) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}\vec{\varphi}(z) \\ \mathbf{b}\overleftarrow{\varphi}(z) \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\Phi(z_R) = \mathbf{M}_{sv}(z_L, z_R)\Phi(z_L) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \Phi(z_L) \quad (18)$$

En las expresiones anteriores (17)-(18),  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  son matrices diagonales de coeficientes,  $\vec{\varphi}(z)$  y  $\overleftarrow{\varphi}(z)$  son vectores de dimensión  $(N \times 1)$  que representan los modos propagantes,  $\mathbf{M}_{sv}(z_L, z_R)$  es la matriz de transferencia de segundo tipo o de vectores de estado, que conecta los vectores de estado en la representación de modos propagantes en dos puntos de la heteroestructura y  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $\delta$  son matrices de orden  $(N \times N)$ .

Basándonos en las definiciones de (15) y (17) se puede establecer la siguiente relación:

$$\Psi(z) = \mathbf{N}\Phi(z) \quad (19)$$

en la cual la matriz  $\mathbf{N}$  depende de las componentes del hamiltoniano. Finalmente empleando las expresiones (17)-(19) se establece una relación entre las matrices de transferencia de primer y segundo tipo:

$$\mathbf{M}_{sv}(z_L, z_R) = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{M}_{fd}(z_L, z_R)\mathbf{N} \quad (20)$$

En nuestro caso  $\mathbf{N}$  tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ ik_{zl} & 0 & -ik_{zl} & 0 \\ 0 & ik_{zh} & 0 & -ik_{zh} \end{pmatrix} \quad (21)$$

donde  $k_{zj}$  será el vector de onda en la dirección de propagación y  $j = l, h$  según sean huecos pesados o ligeros.

En los fenómenos de transporte cuántico es de gran utilidad la matriz de dispersión, la cual se define de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \overleftarrow{\varphi}(z_L) \\ \overleftarrow{\varphi}(z_R) \end{pmatrix}_{out} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} \vec{\varphi}(z_L) \\ \vec{\varphi}(z_R) \end{pmatrix}_{in} \quad (22)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (23)$$

Para la cual  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{t}$  ( $\mathbf{r}'$  y  $\mathbf{t}'$ ) son matrices de orden  $(N \times N)$  cuyas componentes están relacionadas con las amplitudes de transmisión y reflexión de las partículas incidentes por la izquierda (derecha), respectivamente. Por último estableceremos las relaciones entre los elementos de la matriz de dispersión con los elementos de la matriz de transferencia de segundo tipo:

$$\mathbf{r} = -\delta^{-1}\gamma \quad (24)$$

$$\mathbf{t} = \alpha - \beta\delta^{-1}\gamma \quad (25)$$

$$\mathbf{t}' = \delta^{-1} \quad (26)$$

$$\mathbf{r}' = \beta\delta^{-1} \quad (27)$$

La relación entre el coeficiente de transmisión del canal  $j$  al canal  $i$  para el caso de incidencia de partículas por la izquierda y las componentes de las matrices anteriores es la siguiente:

$$T_{ij} = |t_{ij}|^2 \quad (28)$$

En este trabajo sólo hemos considerado los casos donde  $i = j$  ya que en el régimen desacoplado los procesos de transiciones cruzadas están prohibidos. Para ver las consecuencias del acoplamiento entre  $hh$  y  $lh$  se puede recurrir a la literatura [5].

#### IV ESTADOS CUASI-ESTACIONARIOS Y SUS TIEMPOS DE VIDA. APLICACIÓN DE LA MSA PARA EL RÉGIMEN DESACOPLADO

##### *Estados cuasi-estacionarios y sus tiempos de vida*

Para entender físicamente los estados cuasi-estacionarios, introduzcamos la heteroestructura de la Figura 1 en un pozo de potencial cuya profundidad sea mayor que la altura de las barreras de la heteroestructura, esto es, a la izquierda de  $z_L$  y a la derecha de  $z_R$  el potencial será mayor que el de las barreras (que denotaremos por  $V_b$ ), esto coincide con el caso de un sistema cerrado, entonces, los estados serán localizados. Si para un tiempo  $t$  hacemos cero ese potencial, el sistema pasa a ser abierto, lógicamente desaparecerán esos estados localizados y la partícula podrá escaparse a cualquier región del eje  $z$ , pero esto no ocurre instantáneamente sino en un tiempo finito (tiempo de vida del estado cuasi-estacionario). Si ese tiempo es suficientemente grande el estado será casi estacionario y su energía estará aproximadamente bien definida y por lo tanto deberá ser aproximadamente igual a la del estado estacionario [9].

##### *Autoenergías y tiempos de vida en el régimen desacoplado*

Para determinar las autoenergías y los tiempos de vida de los estados de huecos, utilizaremos parte de la teoría (MSA) expuesta al principio. En el régimen desacoplado, esto es cuando  $\kappa_T = 0$ , tenemos que el hamiltoniano de (2) es diagonal y por tanto (12) será un sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas. Además las ecuaciones diferenciales que satisfacen las funciones de onda de los  $lh$  serán iguales para las dos proyecciones del momento

angular total lo mismo ocurre para el caso de los  $hh$ , por lo que a cada uno de estos dos modos le corresponderán los mismos autovalores. Teniendo en cuenta estas consideraciones se resolvieron las ecuaciones diferenciales para una región de potencial constante y se construyeron los vectores que aparecen en (15), sólo que en este caso sus dimensiones son de  $(2 \times 1)$  a saber:

$$\Psi_{h,l}(z) = \begin{pmatrix} \phi_{h,l}(z) \\ \phi'_{h,l}(z) \end{pmatrix} \quad (29)$$

En la expresión (29) el subíndice  $h$  se refiere a los huecos pesados y el subíndice  $l$  a los huecos ligeros. Con las funciones de onda para una región de potencial constante se construye la matriz de transferencia para esa región, para conectar dos regiones consecutivas bastará multiplicar las matrices de transferencia correspondientes a cada región, garantizando que se cumpla la continuidad de la función de onda y su derivada, esto se logra multiplicando por una matriz  $C$  cuya forma se encuentra en la Ref. [10]. Para ilustrar lo dicho anteriormente tomemos nuestra celda elemental como la región  $z_L < z < z_3$ , luego la matriz de transferencia que conecta a los puntos  $z_L$  y  $z_3$ , donde se tomaron los subíndices para abreviar la expresión, es:

$$\mathbf{M}_{fd}(L, 3) = \mathbf{M}_{fd}(L, 1)\mathbf{C}_1\mathbf{M}_{fd}(1, 2)\mathbf{C}_2\mathbf{M}_{fd}(2, 3) \quad (30)$$

Luego multiplicando consecutivamente matrices con la forma de (30) se pueden relacionar dos puntos cualesquiera del espacio.

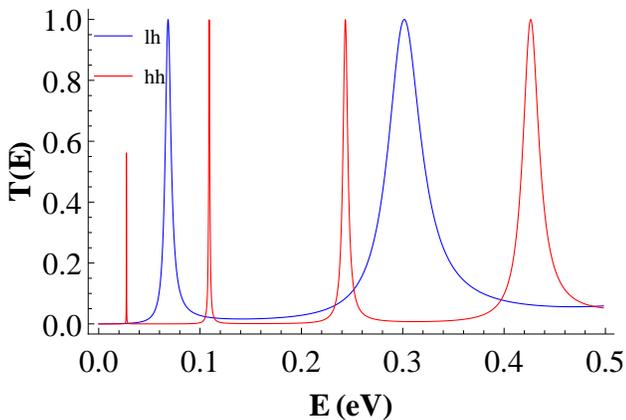


Figura 2. Coeficiente de transmisión para la doble barrera de los  $hh$  y  $lh$

Para determinar las autoenergías de los estados cuasi-estacionarios se impone la condición de emisión (en el instante en que el sistema pasa de ser cerrado a abierto desaparecen los modos propagantes que entran al sistema) la cual se obtiene utilizando (17) y (18). Estas serán solución de la siguiente ecuación trascendente donde  $i = 1, 2$ ; según se traten de los estados de  $hh$  o  $lh$ :

$$\delta_{ii} = 0 \quad (31)$$

Vale aclarar que en (31) nos referimos a los elementos matriciales de  $\delta$  presentes en (18).

Las soluciones de (31) serán complejas con la forma  $E = E_0 - i\frac{\Gamma}{2}$  con  $E_0$  y  $\Gamma$  reales, la primera es la energía del estado cuasi-estacionario y la segunda es la indeterminación del mismo de forma tal que el tiempo de vida medio, el cual satisface una relación de incertidumbre con el ancho del nivel de energía, se puede escribir como:

$$\tau_l = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (32)$$

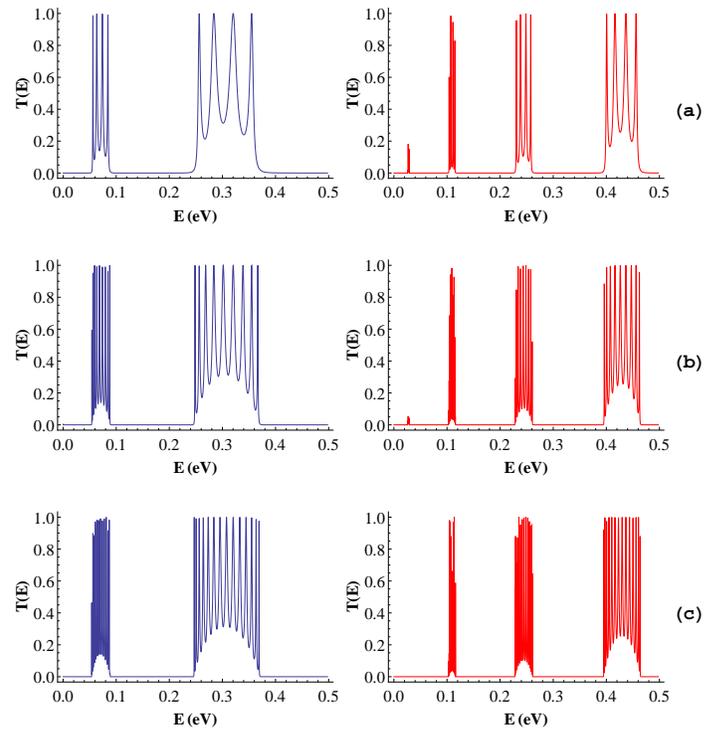


Figura 3. Formación de la estructura de mini-bandas que presentan los niveles de energía dentro de los pozos de la heteroestructura al incrementarse el número de celdas  $n$ : a)  $n = 5$ , b)  $n = 10$ , c)  $n = 15$ ; para el caso de  $lh$  (color azul) y  $hh$  (color rojo)

## V ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Una vez concluido con los fundamentos teóricos presentaremos a continuación los resultados numéricos, se empleó el modelo físico representado en la Figura 1, con los parámetros que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores de los parámetros asociados a la Figura 1

	barreras (AlAs)	pozos (GaAs)
Ancho (Å)	10	50
Potencial (eV)	0.498	0
$\gamma_1$	3.45	0.68
$\gamma_2$	6.85	2.1

En la Figura 2 se muestra el coeficiente de transmisión de  $hh$  y  $lh$  en el régimen desacoplado para el caso en que el número de celdas es  $n = 2$ , se puede apreciar como ocurren picos en la transmisión para ciertos valores de energía que se encuentran por debajo de la energía potencial de las barreras, los cuales se corresponden con los valores de las energías de los estados

cuasi-estacionarios [5]. Además el ancho de estos picos está relacionado con los tiempos de vida de dichos estados (mientras más estrecho es el nivel de energía mejor definida la misma lo que se traduce en un mayor tiempo de vida), por lo que podemos decir que los estados cuasi-estacionarios de los  $hh$  son más duraderos que los correspondientes a los  $lh$ , resultado que está en correspondencia con la mayor masa efectiva de estos.

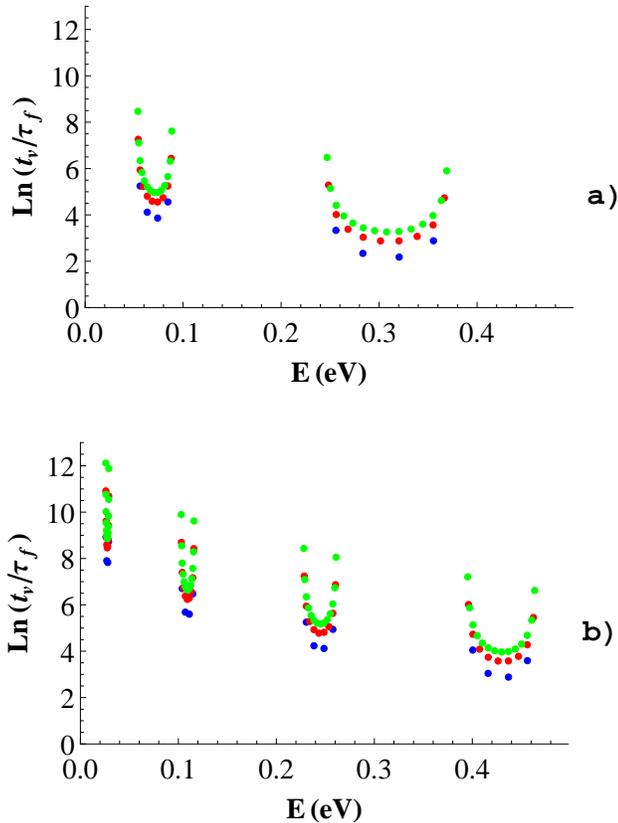


Figura 4. Tiempos de vida en función del número de celdas a)  $lh$  y b)  $hh$ . azul ( $n=5$ ), rojo ( $n=10$ ), verde ( $n=15$ ),  $\tau_f = 0.01ps$

Al incrementar el número de celdas los niveles de energía de los estados cuasi-estacionarios se van desdoblando como se puede apreciar en la Figura 3 formando la estructura de minibandas, surgiendo esta a consecuencia de la coherencia de fase de los estados cuasi-estacionarios y la periodicidad de la heteroestructura [5].

En la Figura 4 se muestran los tiempos de vida de los estados cuasi-estacionarios reescalados a una constante de tiempo característica  $\tau_f$  del orden del tiempo de recorrido libre de los huecos para una celda, el cual se define de la siguiente forma:

$$\tau_f = \frac{nl_c m_h^*}{\hbar k_z} \quad (33)$$

donde  $n$  es el número de celdas,  $l_c$  es su longitud y  $m_h^*$  es la masa efectiva de los huecos. Además se tomó logaritmo natural de esta relación con el objetivo de poder visualizar todos los tiempos de vida de los estados cuasi-estacionarios en todas las minibandas que se forman (los tiempos de vida de los estados de menor energía eran mucho mayores que los correspondientes a estados de mayor energía).

Se observa que a medida que crece el número de celdas lo hacen también los tiempos de vida de los estados en cada una de las minibandas, esto se debe a que las minibandas tienen un ancho finito, ocupando entonces una región determinada dentro de los pozos de la heteroestructura, cuando se incrementa el número de celdas  $n$  los niveles permitidos de energía, que están localizados dentro de las minibandas, se van desdoblando incrementando su cantidad total, luego debido a que la minibanda tiene un ancho constante estos niveles de energía que se van acumulando dentro de ellas tienen que estar cada vez mejor definidos (su ancho es menor), luego podemos afirmar que las cuasi-partículas (huecos) están más ligadas al sistema a medida que  $n$  crece. Además se revela cómo es la distribución de los tiempos de vida para los estados cuasi-estacionarios en una minibanda, a saber: los estados que se encuentran en la frontera de la minibanda son más duraderos que los que se encuentran en el centro de la misma. Este último resultado se puede explicar observando el comportamiento del coeficiente de transmisión en las minibandas, el cual indica que las barreras son más transparentes para los estados que se encuentran en el centro de las minibandas.

## VI CONCLUSIONES

El modelo MSA es flexible a ser empleado, para el estudio de la fenomenología de los tiempos de vida de estados cuasi-estacionarios de  $hh$  y  $lh$ . El incremento del número de celdas en una heteroestructura modifica el espectro energético produciendo un desdoblamiento de los niveles cuasi-estacionarios del sistema, en concordancia con lo que ya se conoce, incrementando en consecuencia el tiempo de vida de estos estados. Se pudo comprobar que los niveles cuasi-estacionarios del sistema se encuentran unívocamente determinados por los picos en el coeficiente de transmisión. También se encontró cómo se estructuran los tiempos de vida dentro de una minibanda, siendo favorecidos en cuanto a duración los estados con energías más próximas a la frontera de la misma, resultado novedoso que vincula los tiempos de vida de los estados cuasi-estacionarios con la posición que ocupan sus energías dentro de la minibanda en cuestión.

- [1] L. Esaki, *Physics and Applications of Quantum Wells and Superlattices*, 1ra Ed. (Plenum Press, New York, 1988), pp. 377-473.
- [2] P. Bhattacharya, *Properties of III-V Quantum Wells and Superlattices*, 1ra Ed. (INSPEC, London, 1996), pp. 333-388.
- [3] M. P. Lumb, I. Vurgaftman, C. A. Affouda, J. R. Meyer, E. H. Aifer, R. J. Walters, SPIE Proceedings (Invited Paper), San Diego, California, USA, 2012.
- [4] Z. M. Wang (editor), *Lecture Notes in Nanoscale Science and Technology (Volume 13), Quantum Dot Devices*, (Springer Science and Business Media, New York, 2012).
- [5] L. Diago-Cisneros, H. Rodríguez-Coppola, R. Pérez-Álvarez, P. Pereyra, *Phys. Rev. B* **74**, 045308 (2006).

- [6] S. Arias, "Estudio del tiempo de fase y eventos anómalos del transporte cuántico de huecos", Tesis de Licenciatura, Facultad de Física, Universidad de La Habana, 2009.
- [7] F. Nutku, J. Comput. Electron. **13**, 456 (2014).
- [8] F. Tisseur, K. Meerbergen, SIAM Rev. **43**, 235 (2001).
- [9] M. de Dios, *Mecánica Cuántica*, 1ra Ed. (Félix Varela, La Habana, 2006), pp. 111-113.
- [10] L. Diago-Cisneros, "Tunelaje multicanal y simetría de los huecos en heteroestructuras semiconductoras", Tesis de Doctorado, Facultad de Física, Universidad de La Habana, 2005.