

CAMBIOS DE FASE POR REFLEXIÓN DE LA LUZ EN UN DIELECTRICO

PHASE CHANGES OF LIGHT ON REFLECTION FROM A DIELECTRIC

A. J. BATISTA-LEYVA^{a,b†} Y A. R. BATISTA-TOMÁS^b

a) Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas; abatista@instec.cu[†]

b) Grupo de Sistemas Complejos "Henri Poincaré", Facultad de Física, Universidad de la Habana, La Habana 10400, Cuba

† autor para la correspondencia

Recibido 12/01/2015; Aceptado 16/02/2015

La magnitud del cambio de fase de una onda electromagnética reflejada por la superficie de separación entre dos medios dieléctricos está determinada por las ecuaciones de Fresnel. A pesar de que estas son ciencia establecida y se encuentran en los libros de texto de Óptica y de Física General, su aplicación en varios libros no está libre de errores e imprecisiones. En el artículo se analiza el uso de estas ideas en libros de texto de Física General de frecuente empleo en las universidades cubanas y de otros países, señalando un grupo de problemas presentes en ellos. Este análisis puede servir de guía para los colectivos que imparten las asignaturas que incluyen la Óptica en sus contenidos a nivel de Física General.

Phase changes of an electromagnetic wave when it is reflected from a plane dielectric is determined using the Fresnel relations and the vector diagrams of \mathbf{E} and \mathbf{H} . Though these equations are textbook science, their application is troublesome. Here we analyze the use of Fresnel relations to study phase changes by reflection in some of the more often used textbooks of General Physics, both in Cuba and other countries, pointing out some problems present in their analysis. The paper could be useful for professors of Optics and General Physics.

PACS: Education 01.40.-d, Educational Aids, 01.50.-i, General physics (physics education), 01.55.+b

I INTRODUCCIÓN

En un artículo publicado en 1965 Friedmann y Shandu [1] señalaron un grupo de imprecisiones comunes que aparecen en la interpretación de los signos de las relaciones de Fresnel. Estas imprecisiones están provocadas por no utilizar los diagramas vectoriales asociados a la situación que se estudia. En particular en la reflexión, al viajar la luz hacia un medio ópticamente más denso, solo hay inversión de la fase de la onda (para una polarización arbitraria) si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de Brewster. Para ángulos de incidencia menores solo se encuentra la inversión de la fase en algunos casos particulares de polarización lineal. Los autores señalaban que esto no es explicado claramente en los libros de texto.

Aunque ha pasado un tiempo considerable desde que dicho artículo fue publicado, demostraremos aquí que aún persisten planteamientos erróneos al respecto en libros de texto frecuentemente utilizados. Para lograrlo hemos organizado el artículo de la siguiente forma: primero detallaremos las relaciones de Fresnel y los diagramas de cambio de fase asociados a ellas. A continuación extraeremos el contenido pertinente de dos libros de Física General Universitaria frecuentemente usados en todo el mundo. Por último, con el uso de las relaciones haremos un análisis crítico de lo puesto en los libros bajo escrutinio.

Consideramos que este artículo puede serle útil a profesores de Óptica a todos los niveles.

II ECUACIONES DE FRESNEL

Es muy fácil demostrar que una onda electromagnética con cualquier estado de polarización, puede representarse como la superposición de dos ondas plano polarizadas (OPP) cuyos vectores eléctricos son:

$$\begin{aligned} \vec{E}_y &= \vec{E}_{0y} \cos(kx - \omega t), \\ \vec{E}_z &= \vec{E}_{0z} \cos(kx - \omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (1)$$

Obviamente dicha onda se mueve a lo largo del eje x , las ondas planas tienen como planos de polarización XY y XZ . El valor de φ determina el estado de polarización de la onda resultante. Esta descripción incluye la luz natural (no polarizada) para la cual φ varía rápida y aleatoriamente en el tiempo.

Así, si deseamos determinar el comportamiento de un rayo de luz que se refleja parcialmente en la superficie de separación entre dos medios con diferente índice de refracción, es más fácil descomponer el haz en dos OPP, una de ellas con su vector eléctrico perpendicular al plano de incidencia (conocida como onda s) y otra con su vector eléctrico oscilando en dicho plano (onda p). Los coeficientes de reflexión y transmisión en amplitud se definen como las razones entre las amplitudes de las distintas ondas:

$$r = \frac{E_{0r}}{E_{0i}}, \quad (2a)$$

$$t = \frac{E_{0t}}{E_{0i}}. \quad (2b)$$

Aquí los subíndices i, r, t representan los rayos incidente, reflejado y transmitido (refractado), respectivamente. Las relaciones (o ecuaciones) de Fresnel nos dan el valor de r y t .

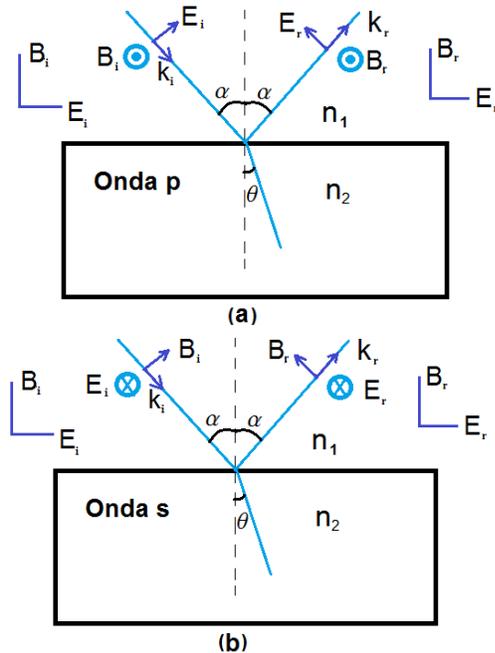


Figura 1. Las fases de (a) las ondas p y (b) las ondas s al reflejarse en un dióptrico plano. Aunque los vectores están representados lejos del punto de incidencia, en los cálculos consideraremos que están en su vecindad.

Para obtener las relaciones de Fresnel, primero se debe trazar un diagrama donde se muestre la orientación de los vectores eléctricos. No precisarlos previamente puede llevar a errores de interpretación de los resultados [1,2]. Nuestra elección se muestra en la figura 1.

La Fig. 1a representa esquemáticamente la incidencia de una onda p sobre la superficie de separación entre dos dieléctricos con índices de refracción n_1 y n_2 . La Fig. 1b representa la incidencia de una onda s . De los esquemas vectoriales representados al lado de la figura es fácil ver que la elección (arbitraria) de la orientación de los vectores que hicimos no incluye cambio de fase en reflexión. Más adelante veremos cómo saber si realmente hay cambio en la fase de la onda. En la figura se sigue el convenio usual para vectores normales al plano: el punto representa un campo cuyo vector intensidad sale del plano de la figura y la cruz un campo que entra en dicho plano. Para calcular los coeficientes se utilizan las condiciones de frontera en la superficie de separación entre los dos dieléctricos.

Si usamos este diagrama para calcular los coeficientes según las ecuaciones (2) debemos interpretar los signos de la expresión para saber si hay cambio de fase. Si para una combinación dada de índices de refracción y ángulo de incidencia el valor de r es negativo, esto significa que la fase de la onda reflejada cambia en π radianes respecto a la fase de la onda incidente. Si es positivo, la fase no cambia. Siempre es imprescindible aclarar cuál es la disposición de los vectores usados para obtener las ecuaciones. Si para hacer los cálculos de r y t se hubiera escogido una orientación de los vectores tal que las fases antes y después tuvieran una

diferencia de π radianes, un resultado positivo diría que hay cambio de fase, y si el valor del coeficiente fuera negativo, no habría cambio.

Para la disposición particular de la figura 1 las relaciones de Fresnel quedan:

$$r_p = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\tan(\alpha - \theta)}{\tan(\alpha + \theta)} \quad (3a)$$

$$r_s = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin(\alpha + \theta)} \quad (3b)$$

De la ecuación (3a), por ejemplo, se deduce que si $n_1 > n_2$ (i. e. $\theta > \alpha$) y $\alpha + \theta < \pi / 2 \Rightarrow r_p < 0$, lo que indica que hay cambio de fase en reflexión. No analizaremos los valores de t , pues no es difícil demostrar que la onda transmitida nunca cambia su fase.

Es importante resaltar que estos resultados son solo válidos para las superficies de separación entre dieléctricos. Una generalización para distintos tipos de materiales y tipos de onda puede encontrarse en [3].

III CAMBIOS DE FASE EN REFLEXIÓN

La figura 2 muestra el valor de r para ambos tipos de onda en el caso que el segundo medio sea ópticamente más denso y la elección de la orientación de los vectores sea la de la figura 1. Es fácil ver que en este caso r_s es siempre negativo (una onda s siempre cambia la fase en π radianes al reflejarse en un medio más denso), mientras que la onda p solo cambia la fase para ángulos de incidencia mayores que el ángulo de Brewster ($\alpha_B + \theta = \pi / 2$).

La conclusión es clara: si una onda de polarización arbitraria incide sobre la superficie de separación entre un medio ópticamente menos denso y otro más denso, la onda reflejada tendrá su fase invertida respecto a la onda incidente sólo para ángulos de incidencia mayores que α_B .

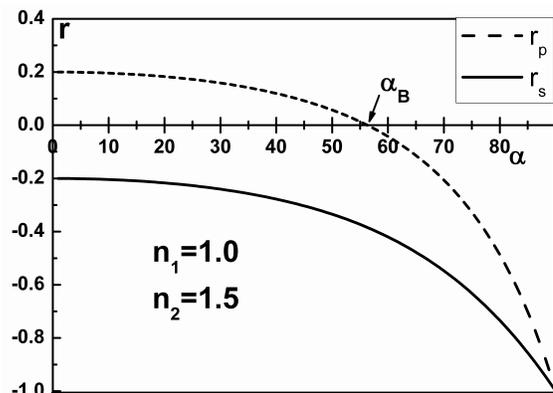


Figura 2. Coeficiente de reflexión en amplitud para ambas ondas en el caso de un segundo medio más denso.

El caso de un segundo medio menos denso (figura 3) es diferente. Aquí la onda s nunca cambia su fase, mientras que la onda p la cambia en π radianes para ángulos de incidencia

menores que el ángulo de Brewster.

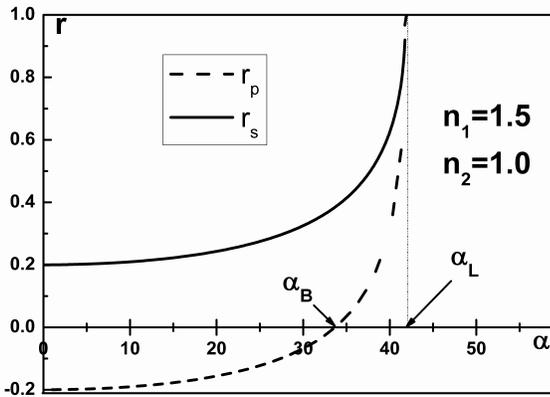


Figura 3. Coeficiente de reflexión en amplitud para ambas ondas en el caso de un segundo medio menos denso.

La conclusión a la que se llega es que el cambio de fase de una onda al reflejarse dependerá de su estado de polarización. En la figura puede verse también la presencia del ángulo límite de reflexión total: para ángulos mayores que α_L la energía de la onda no penetra el segundo medio (aunque el campo eléctrico si lo hace [4]). En este caso ambos coeficientes de reflexión se hacen complejos y la diferencia de fase entre ambas ondas varía de manera complicada entre 0 y π radianes [4,5].

Con estas ideas vamos a analizar algunos libros de Física General ampliamente utilizados en las Universidades.

IV ANÁLISIS DE LA LITERATURA USADA EN LA DOCENCIA

Dos de los libros más utilizados como textos de Física General en las universidades cubanas (al igual que de otros países) son la "Física" de la autoría de Reissnick, Halliday y Krane (RHK, anteriormente "Física para estudiantes de Ciencias e Ingeniería") y la "Física Universitaria" originalmente publicado por Francis Weston Sears y Mark W. Zemanski (SZ), y ahora escrito por Hugh Young y Roger Freedman. Para el análisis que haremos en el presente artículo utilizaremos la tercera edición en español (traducción de la cuarta edición en inglés) para el primero [6] y la decimosegunda edición en español para el segundo [7].

Ambos libros son escritos en esencia para estudiantes de ingeniería, por lo que brindan gran cantidad de aplicaciones, además de una buena presentación fenomenológica de las diferentes situaciones físicas estudiadas. Sin embargo, en ocasiones pueden ser poco rigurosos en el formalismo matemático a aplicar. Esta "relajación" es en general usada con el objetivo de facilitar la comprensión, a menudo con éxito. No obstante, puede llevar a conclusiones erradas acerca de fenómenos físicos tan importantes como el cambio de fase por reflexión. Veamos el tratamiento que le dan ambos libros a este fenómeno.

En el RHK el tema de los cambios de fase por reflexión se estudia en el capítulo 45, Interferencia, en particular en los

epígrafes 45.4 y 45.5, referidos a la interferencia en películas delgadas.

En el punto se discute la interferencia por reflexión en "una película transparente de espesor d , iluminada con luz monocromática de longitud de onda λ por una fuente puntual S " (pág. 404). En el pie de la figura 12 se aclara que el medio a ambos lados es aire. En la discusión que sigue, basándose en la figura 11 del capítulo 45, se llega a la conclusión que en alguna de las dos reflexiones (cara anterior o cara posterior) debe existir un cambio de fase de π rad por reflexión en la separación aire – película. A continuación se expresa (pág. 405): "Tal como sucede, sólo el rayo que se refleja en la superficie anterior experimenta este cambio de fase. El otro rayo no cambia abruptamente de fase, ya sea en la transmisión a través de la superficie anterior o en la reflexión en la superficie posterior."

A continuación se dice "Para resumir la situación óptica, cuando la reflexión ocurre en una interfaz más allá de la cual el medio tiene un índice de refracción *menor*, la onda reflejada *no* experimenta ningún *cambio de fase*; cuando el medio más allá de la interfaz tiene un índice *mayor*, existe un cambio de fase de π " (las cursivas son del original). Una nota al pie aclara: "Estas afirmaciones [...] deben modificarse cuando la luz incide sobre un medio menos denso con un ángulo tal que se presente reflexión interna total. Deben modificarse también en el caso de reflexión de superficies metálicas".

Estas aseveraciones, como ya vimos, no son en general ciertas: hay casos en que la onda, incluso en incidencia normal, no cambia su fase al reflejarse en un medio ópticamente más denso. El caso más notable es el de una onda plano polarizada de tipo p , que solo cambia de fase si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de Brewster al pasar de un medio menos denso a uno más denso.

En la pág. 405 se continúa el análisis luego de deducir las condiciones de máximo y de mínimo de reflexión: "Estas ecuaciones se cumplen cuando el índice de refracción de la película es mayor o menor que los índices de los medios a cada lado de la película. Sólo en estos casos existirá un cambio de fase relativo de 180° para reflexiones en las dos superficies". Es fácil demostrar que incluso en estos casos no siempre hay cambio de fase relativo entre los dos rayos. Para esto usaremos las relaciones de Fresnel.

Supongamos que tenemos una lámina delgada plano paralela formada por un material con un índice de refracción n_2 , entre dos medios de índice de refracción n_1 y n_3 menores que n_2 . Supongamos, para hacer más sencillo el análisis, que $n_1 = 1.000$ (vacío o aire). Demostremos que hay valores de n_3 para los cuales no hay cambios de fase en reflexión. El ángulo de Brewster del primer medio es: $\theta_{B1} = \tan^{-1}(n_2/n_1) = \tan^{-1} n_2$. Si el ángulo de incidencia sobre el primer medio $\alpha_1 > \theta_{B1}$ la onda reflejada cambia de fase, la transmitida no. Si al llegar al segundo medio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de Brewster de este $\alpha_2 > \theta_{B2}$ no hay cambio de fase, y entre los dos rayos reflejados aparece un desfase adicional de π rad. Sin embargo si $\alpha_2 < \theta_{B2}$ hay cambio de fase también en el segundo medio, y no lo hay entre los dos rayos

reflejados. Esto influye, naturalmente, en los resultados de la interferencia. Aplicando dos veces la ley de la refracción, y conociendo los valores de los ángulos de Brewster, no es difícil demostrar que en las condiciones expresadas arriba el valor de n_3 para que no haya inversión de la fase debe cumplir:

$$n_3 > n_2 \tan \left\{ \sin^{-1} \left[\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1 \right] \right\} \quad (4)$$

Dando valores concretos a los índices en la Eq. (4) es posible encontrar situaciones en las cuales para medios con índices de refracción que cumplen $n_1 < n_2 > n_3$ no aparece cambio de fase en π rad entre los rayos reflejados en la primera y la segunda superficie de la lámina delgada.

En el epígrafe 45-5 [5] se completa el análisis usando el método de Stokes. Luego de llegar a la conclusión correcta de que los coeficientes de amplitud en reflexión al ir de un medio uno a otro dos y a la inversa cumplen $r_{12} = -r_{21}$, se dice textualmente "El experimento demuestra que el rayo reflejado desde el medio ópticamente más denso sufre un cambio de fase de 180° ". Para justificar el aserto, se basan en la instalación experimental conocida como espejo de Lloyd. En este sistema, la luz que emite una fuente puntual llega por dos caminos diferentes a una pantalla: directamente, y luego de reflejarse en un espejo (ver fig. 18 en dicho epígrafe). Este experimento se diferencia del experimento de Young porque el rayo que se refleja en el espejo sufre (como afirman correctamente los autores) un cambio de fase de π rad. Pero ellos concluyen: "Esto demuestra que la reflexión desde un medio ópticamente más denso implica un cambio de fase de 180° ". El cambio de fase que sufre el haz reflejado desde el espejo (¡cualesquiera sea su estado de polarización!) se debe a que se ha reflejado desde un medio ópticamente más denso con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo de Brewster. Esto es fácil de probar viendo la disposición del espejo y la pantalla en dicho experimento.

En el Sears-Semansky, en el epígrafe 35.4 del segundo tomo, se comienza explicando el fenómeno del cambio de fase por reflexión, aunque solo se ve el caso de reflexión casi normal en placas delgadas, donde el patrón de interferencia obtenido es "el inverso del esperado". Se analiza en particular la relación entre los campos eléctricos incidente y reflejado en la onda s , aunque no se haga uso de este término en particular.

De nuevo se plantea correctamente que la reflexión en superficies complementarias (de n_1 a n_2 y de n_2 a n_1) provoca entre los dos rayos un cambio de fase relativo de π rad. Sin embargo, de nuevo se dice que el cambio de fase ocurre en el rayo que va hacia el medio ópticamente más denso. Y como justificación se dice que en reflexión (para incidencia normal) se tiene que cumplir (hay un cambio de nomenclatura entre el libro y el presente artículo que no cambia el análisis):

$$E_r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_i \quad (5)$$

Esta ecuación, introducida sin demostración, queda como la única relación existente entre los campos incidente y reflejado. De ahí salen los casos obvios: $n_1 < n_2$, $n_1 > n_2$

y $n_1 = n_2$, representados en las figuras 2 y 3 con líneas continuas.

Claro está, si $n_2 > n_1$ el signo de E_r será contrario al de E_i , por lo que habrá un cambio de fase relativo de π rad. Pero esto es cierto sólo para la onda s , si incide una onda p las conclusiones serán contrarias. Y si el ángulo comienza a aumentar, sabemos que al ser el ángulo de incidencia mayor que el de Brewster las conclusiones cambian. Para hacer las cosas peores, este error se repite en la estrategia de resolución de problemas al final del epígrafe.

Incluso libros muy serios, como por ejemplo el Óptica de Landsberg [8], tratan el tema de forma descuidada. En el capítulo 6, epígrafe 25, al analizar la aparición de franjas de interferencia en cuñas se dice: "En el curso de los cálculos, además de la inmediata diferencia geométrica de recorrido de las ondas interferentes, es necesario considerar el salto de la fase en π experimentado por la onda representada por el rayo 2' al reflejarse ésta en la superficie de la cuña con índice de refracción, mayor que el del aire que rodea la cuña." O sea, sin precisar el estado de polarización de la onda se supone que es el rayo que se refleja en la primera superficie el que cambia la fase.

CONCLUSIONES

Como hemos visto, en dos libros utilizados ampliamente por los estudiantes de Ingeniería, y algunos estudiantes de Ciencias Naturales del país, hay un error conceptual relacionado con la no aplicación de las relaciones de Fresnel en los problemas de reflexión en láminas delgadas.

Es importante la discusión de estos aspectos en los colectivos metodológicos dedicados a la enseñanza de la Física General, en particular la relativa a la Óptica, para que este error no sea transmitido a los estudiantes.

Un libro recomendable para guiar el trabajo es el excelente tratado de Óptica de la autoría de E. Hetch [5], donde se hace una discusión exhaustiva del tema. Aunque su nivel no es de Física General, puede servir como libro de consulta para profesores y alumnos.

- [1] G. Friedmann y H. S. Shandu, Am. J. Phys. **33**, 135 (1965).
- [2] H. S. Shandu y G. Friedmann, Am. J. Phys. **39**, 388 (1971).
- [3] J. Leckner, Am. J. Phys. **58**, 317 (1990).
- [4] M. Born y E. Wolf, *Principles of Optics*, 6^{ta} Ed. (Pergamon Press, Oxford, 1980).
- [5] E. Hecht, *Óptica*, 3^{ra} Ed. (Addison Wexley, Madrid, 2000).
- [6] R. Reisnick, D. Halliday y K. S. Krane, *Física*, 3^{ra} Ed. (John Wiley & Sons Inc., 1999).
- [7] H. D. Young y R. A. Freedman, *Física Universitaria*, 12^{da} Ed. (Pearson Educación de México, 2009).
- [8] G. S. Landsberg, *Óptica*, 1^{ra} Ed. Español (Mir, 1983).